ANALES

DE LA

SOCIEDAD CIENTIFICA

ARGENTINA

IMPERIAL MYCOLOGICAL INSTITUTE
22 NOV 1943

DIRECTOR: EMILIO REBUELTO

OCTUBRE 1940 — ENTREGA IV — TOMO CXXX

SUMARIO

Pág.

S. C. MAZZA. — Sobre los polinomios de Hermite a dos variables 137

GUILLERMO KNIE. — Aspectos matemáticos del metabolismo celular .. 149

JOSÉ JULIO MONTEVERDE. — Contribución al estudio del grupo coli-aerógenes en las heces de algunas especies animales del país..... 162

BUENOS AIRES
CALLE SANTA FE 1145

1940

SOCIEDAD CIENTIFICA ARGENTINA

SOCIOS HONORARIOS

Dr. Pedro Visca †
Dr. Mario Isola †
Dr. Germán Burmeister †
Dr. Benjamín A. Gould †
Dr. R. A. Philippi †
Dr. Guillermo Rawson †
Dr. Carlos Berg †
Dr. Valentín Balbín †
Dr. Florentino Ameghino †

Dr. Carlos Darwin †
Dr. César Lombroso †
Ing. Luis A. Huergo †
Ing. Vicente Castro †
Dr. Juan J. J. Kyle †
Dr. Estanislao S. Zeballos †
Ing. Santiago E. Barabino †
Dr. Carlos Spegazzini †
Dr. J. Mendizábal Tamborel †

Dr. Enrique Ferri †
Ing. Eduardo Huergo †
Ing. Guillermo Marconi †
Dr. Eduardo L. Holmberg †
Dr. Angel Gallardo †
Dr. Cristóbal M. Hicken †
Dr. Alberto Einstein
Dr. Walter Nernst

CONSEJO CIENTIFICO

Ing. Félix Aguilar; Ing. José Babini; Dr. Horacio Damianovich; Dr. Claro C. Dassen; Prof. Carlos E. Dieulefait; Dr. Juan A. Domínguez; Dr. Gustavo A. Fester; Dr. Alfredo Franceschi; Dr. Joaquín Frenguelli; Dr. Josué Gollan (h.); Dr. Bernardo A. Houssay; Dr. Cristofredo Jakob; Dr. Ramón G. Loyarte; Dr. Emiliano J. Mac Donagh; Dr. R. Armando Marotta; Dr. Julio Méndez; Ing. Agr. Lorenzo R. Parodi; Dr. Franco Pastore; Capitán de fragata Héctor R. Ratto; Vicealmirante Segundo R. Storni; Dr. Alfredo Sordelli; Dr. Reinaldo Vanossi; Dr. Adolfo T. Williams; Dr. Enrique V. Zappi.

JUNTA DIRECTIVA

(1939-1940)

Presidente	Ingeniero Jorge W. Dobranich
Vicepresidente 1º	Doctor Gonzalo Bosch
Vicepresidente 2º	Doctor Claro C. Dassen
Secretario de actas	Arquitecto Carlos E. Géneau
Secretario de correspondencia.	Doctor Santiago Barabino Amadeo
Tesorero	Ingeniero Edmundo Parodi
Bibliotecario	Ingeniero Carlos A. Lizer y Trelles
Vocales	Ingeniero Nicolás Besio Moreno Doctor Antonio Casacuberta Ingeniero Julio R. Castiñeiras Ingeniero Enrique Chanourdie Doctor Marcelino Herrera Vegas Doctor Jorge Magnin Doctor Juan Nielsen Doctor Juan C. Vignaux Doctor Reinaldo Vanossi
Suplentes	Ingeniero Belisario Alvarez de Toledo Cap. de Fragata Teodoro Caillet Bois Ingeniero José S. Gandolfo Ingeniero Alfredo G. Galmarini Ingeniero Benno J. Schnack
Revisores de balances anuales	Ingeniero Pablo E. Bordenave Doctor Jacobo Wainer

ADVERTENCIA. — Los colaboradores de los Anales son personalmente responsables de la tesis sustentada en sus escritos. Tienen derecho a la corrección de dos pruebas. Los que deseen tirada aparte de 50 ejemplares de sus artículos, deben solicitarla por escrito. Los manuscritos, correspondencia, etc. se enviarán a la sede social, Santa Fe 1145.

Impreso en los Talleres Gráficos "TOMAS PALUMBO" - La Madrid 321-325 - Buenos Aires

SOBRE LOS POLINOMIOS DE HERMITE A DOS VARIABLES

POR

S. C. MAZZA

1) Llevando al caso de dos variables los mismos métodos de generación de polinomios ortogonales que se usan en el caso de una sola (*), se obtiene una sucesión $P_{kl}(xy)$ que se dice ortogonal en el dominio D con la función de ponderación $\varphi(xy)$ cuando se tiene:

$$\iint_D \varphi(xy)\, P_{mn}(xy)\, P_{rs}(xy)\, dxdy \begin{cases} = 0 \text{ si } m+n \neq r+s \\ \neq 0 \text{ » } m+n = r+s \end{cases} \qquad [1]$$

Si es $f(xy)$ una función definida en el dominio D y ponemos:

$$f(xy) = \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} a_{mn}\, P_{mn}(xy)$$

multiplicando ambos miembros por $\varphi(xy)\, P_{rs}(xy)$ e integrando en D, en virtud de la [1] se tiene:

$$\iint_D \varphi(xy) f(xy)\, P_{rs}(xy)\, dxdy = \sum_{r+s=m+n} a_{rs} \iint_D \varphi(xy)\, P_{mn}(xy)\, P_{rs}(xy)\, dxdy$$

En el segundo miembro de la igualdad anterior se tiene una combinación lineal de los $m+n+1$ coeficientes a para los cuales $m+n = r+s$. Para el cálculo de los coeficientes de nuestra serie se plantea entonces un sistema de ecuaciones lineales no homogéneas, lo que trae aparejado que, a poco que $m+n$ sea grande, el método se haga prácticamente inaplicable.

(*) V. *Anales S. C. A.*, Febrero 1938, E. II, T. CXXV, pág. 81 a 111: C. E. DIEULEFAIT: *Los momentos de un grupo de func. de probabilidad.*

Este inconveniente fué obviado por Hermite (*), quien primeramente se ocupara de estas cuestiones, mediante la introducción de una nueva sucesión de polinomios que denomina « adjuntos » de los primeros, y tales que se cumple:

$$\iint_D \varphi(xy)\, P_{mn}(xy)\, Q_{rs}(xy)\, dxdy \begin{cases} = 0 \text{ si } m,n \neq r,s \\ \neq 0 \text{ » } m,n = r,s \end{cases}$$

En el caso particular de tener como función de ponderación

$$\varphi(xy) = e^{-\frac{1}{2}\psi(xy)}$$

donde $\psi(xy)$ es una forma cuadrática definida positiva, se tienen las dos sucesiones de polinomios adjuntos H_{mn}, G_{mn} de Hermite, mediante los cuales el desarrollo de una función de dos variables en serie de bi-hermitianos tiene la siguiente solución: Siendo

$$f(xy) = \sum_{\substack{m=0 \\ n=0}}^{\infty} a_{mn} H_{mn}(xy)$$

multiplicando ambos miembros por

$$e^{-1/2\,\psi(xy)}\, G_{r,s}(xy)$$

e integrando en todo el plano, por ser:

$$\iint_{-\infty}^{+\infty} e^{-1/2\,\psi(xy)}\, H_{m,n}(xy)\, G_{r,s}(xy)\, dxdy \begin{cases} = 0 \text{ si } m,n \neq r,s \\ \neq 0 \text{ » } m,n = r,s \end{cases}$$

se tiene:

$$a_{m,n} = \frac{\iint e^{-1/2\,\psi(xy)}\, f(xy)\, G_{mn}(xy)\, dxdy}{\iint e^{-1/2\,\psi(xy)}\, H_{mn}(xy)\, G_{mn}(xy)\, dxdy}$$

(*) V. Appell y Kampé de Fériet: *Fonctions hypergeometriques et hypersphériques - Polynomes de Hermite.* Paris 1926.

2) Nos interesa determinar una única sucesión de polinomios que designaremos con $\Theta_{mn}(xy)$ tales que se tenga:

$$\iint_{-\infty}^{+\infty} e^{-1/2\,\psi(xy)}\,\Theta_{mn}(xy)\,\Theta_{r,s}(xy)\,dxdy \begin{cases} = 0 \text{ si } m,n \neq r,s \\ \neq 0 \text{ » } m,n = r,s \end{cases}$$

y fijar sus relaciones con los H_{mn}, G_{mn} de Hermite.

3) Recordemos que los polinomios $H_n(x)$ de Hermite de una sola variable, son definidos como los coeficientes de $a^n/n!$ en el desarrollo según las potencias de a de la función generatriz

$$e^{ax - a^2/2}$$

es decir:

$$e^{ax - a^2/2} = \sum_n \frac{a^n}{n!} H_n(x).$$

Se demuestra que es:

$$H_n(x) = \sum_{j=0}^{E(n/2)} (-1)^j \frac{n\,(n-1)\,\ldots\,(n-\overline{2j-1})}{2^j\,.\,j!}\,x^{n-2j}$$

siendo $E(n/2)$ el mayor entero contenido en $n/2$.

Se tiene también:

$$H_n(x) = (-1)^n\,e^{x^2/2}\,\frac{d^n}{dx^n}\,e^{-x^2/2}.$$

4) Los polinomios de varias variables son definidos por Hermite tomando como función generatriz la exponencial

$$e^{-1/2\,\psi(x_1 - h_1,\,\ldots\,x_n - h_n)}$$

que desarrolla en serie de potencias de las constantes arbitrarias $h_1, \ldots h_n$:

$$e^{-1/2\,\psi(x_1 - h_1 \ldots x_n - h_n)} = e^{-1/2\,\psi(x_1 \ldots x_n)} \sum \frac{h_1^{m_1}}{m_1!} \cdots \frac{h_n^{m_n}}{m_n!} H_{m_1 \ldots m_n}(x_1 \ldots x_n) \quad [3]$$

La función ψ es una forma cuadrática definida positiva

$$\psi(x_1 \ldots x_n) = \sum a_{ik}\,x_i\,x_k \qquad (a_{ik} = a_{ki})$$

Desarrollando por Taylor la forma cuadrática del exponente de la función generatriz se tiene:

$$\psi(x_1 - h_1 \ldots x_n - h_n) = \psi(x_1 \ldots x_n) - \left[\frac{\partial \psi}{\partial x_1} h_1 + \ldots + \frac{\partial \psi}{\partial x_n} h_n\right] +$$

$$+ \frac{1}{2}\left[\frac{\partial \psi}{\partial x_1} h_1 + \ldots + \frac{\partial \psi}{\partial x_n} h_n\right]^2$$

$\therefore$

$$\psi(x_1 - h_1 \ldots x_n - h_n) = \psi(x_1 \ldots x_n) - \left[\frac{\partial \psi}{\partial x_1} h_1 + \ldots + \frac{\partial \psi}{\partial x_n} h_n\right] +$$

$$+ \psi(h_1 \ldots h_n)$$

de modo que reemplazando en la [3] queda:

$$e^{1/2\left[\frac{\partial \psi}{\partial x_1} h_1 + \ldots + \frac{\partial \psi}{\partial x_n} h_n\right] - 1/2\,\psi(h_1 \ldots h_n)} =$$

$$= \sum \frac{h_1^{m_1}}{m_1!} \cdots \frac{h_n^{m_n}}{m_n!} H_{m_1 \ldots m_n}(x_1 \ldots x_n)$$

o bien:

$$e^{1/2\left[\frac{\partial \psi}{\partial h_1} x_1 + \ldots + \frac{\partial \psi}{\partial h_n} x_n\right] - 1/2\,\psi(h_1 \ldots h_n)} =$$

$$= \sum \frac{h_1^{m_1}}{m_1!} \cdots \frac{h_n^{m_n}}{m_n!} H_{m_1 \ldots m_n}(x_1 \ldots x_n)$$

Para simplificar la escritura, y porque sólo este caso nos interesa, tomamos

$$\psi(xy) = ax^2 + 2bxy + cy^2 \qquad \Delta = ac - b^2 > 0$$

de modo que desarrollando por Taylor la función generatriz

$$\varphi(xy) = e^{-1/2\,\psi(x-h,\,y-k)}$$

tendremos:

$$e^{-1/2\,\psi(x-h,\,y-k)} = \sum_{\substack{m=0 \\ n=0}}^{\infty} (-1)^{m+n} \frac{h^m}{m!} \cdot \frac{k^n}{n!} \frac{\partial^{m+n} \varphi(xy)}{\partial x^m \partial y^n}$$

Resultando

$$\sum (-1)^{m+n} \frac{h^m}{m!} \frac{k^n}{n!} \frac{\partial^{m+n} \varphi(xy)}{\partial x^m \partial y^n} = e^{-1/2 \psi(xy)} \sum \frac{h^m}{m!} \frac{k^n}{n!} H_{mn}(xy)$$

se tiene:

$$H_{mn}(xy) = (-1)^{m+n} e^{1/2 \psi(xy)} \frac{\partial^{m+n}}{\partial x^m \partial y^n} \left[e^{-1/2 \psi(xy)} \right] \qquad [4]$$

5) De la [4] podría obtenerse la expresión general polinómica de los H_{mn}; preferimos darla partiendo de la fórmula general en función de los H de una sola variable.

Teníamos:

$$e^{1/2 \left[\frac{\partial \psi}{\partial x} h + \frac{\partial \psi}{\partial y} k \right] - 1/2 \psi(h,k)} = \sum \frac{h^m}{m!} \frac{k^n}{n!} H_{mn}(xy)$$

pero

$$1/2 \left[\frac{\partial \psi}{\partial x} h + \frac{\partial \psi}{\partial y} k \right] = (ax + by) h + (bx + cy) k$$

luego

$$e^{(ax+by)h + (bx+cy)k - 1/2 (ah^2 + 2bhk + ck^2)} = \sum \frac{h^m}{m!} \cdot \frac{k^n}{n!} H_{mn}(xy)$$

El primer miembro de la igualdad anterior puede escribirse:

$$e^{-bhk} \cdot e^{\frac{\sqrt{a}\,(ax+by)h}{\sqrt{a}} - \frac{(\sqrt{a}\,h)^2}{2}} \cdot e^{\frac{\sqrt{c}\,(bx+cy)k}{\sqrt{c}} - \frac{(\sqrt{c}\,k)^2}{2}}$$

de donde se sigue que el coeficiente de $h^m k^n / m! n!$ en el producto

$$\left[\sum (-1)^p b^p \frac{(hk)^p}{p!} \right] \left[\sum \frac{a^{q/2} h^q}{q!} H_q \left(\frac{ax+by}{\sqrt{a}} \right) \right]$$

$$\left[\sum \frac{c^{r/2} k^r}{r!} H_r \left(\frac{bx+cy}{\sqrt{c}} \right) \right]$$

será el polinomio $H_{mn}(xy)$ que buscamos.

Dicho coeficiente es:

$$a^{m/2} c^{n/2} \sum_j (-1)^j \frac{b^j}{(ac)^{j/2}} \frac{(m)_j (n)_j}{j!} H_{m-j} \left(\frac{ax+by}{\sqrt{a}} \right) H_{n-j} \left(\frac{bx+cy}{\sqrt{c}} \right)$$

siendo $(m)_j = m (m-1) \ldots (m-j+1)$.

Sustituyendo en la anterior H_{m-j}, H_{n-j} por sus expresiones, se obtiene finalmente:

$$H_{mn}(xy) = (ax + by)^m (bx + cy)^n -$$

$$-\left[\frac{1}{2}\frac{m(m-1)}{1!} a (ax + by)^{m-2} (bx + cy)^n +\right.$$

$$+\frac{m-n}{1!} b (ax + by)^{m-1} (bx + cy)^{n-1} +$$

$$\left.+\frac{1}{2}\frac{n(n-1)}{1!} c (ax + by)^m (bx + cy)^{n-2}\right] + \ldots$$

de donde, particularizando:

$$H_{00} = 1$$
$$H_{10} = ax + by$$
$$H_{01} = bx + cy$$
$$H_{20} = (ax + by)^2 - a$$
$$H_{11} = (ax + by)(bx + cy) - b$$
$$H_{02} = (bx + cy)^2 - c$$
$$H_{30} = (ax + by)^3 - 3a(ax + by)$$
$$H_{21} = (ax + by)^2 (bx + cy) - 2b(ax + by) - a(bx + cy)$$
$$H_{12} = (ax + by)(bx + cy)^2 - 2b(bx + cy) - c(ax + by)$$
$$H_{03} = (bx + cy)^3 - 3a(bx + cy)$$
$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$$

Estos polinomios, como es fácil constatar, verifican la condición:

$$\iint_{-\infty}^{+\infty} e^{-1/2\,\psi(xy)} H_{mn}(xy)\, H_{r,s}(xy)\, dxdy \begin{cases} = 0 \text{ si } m + n \neq r + s \\ \neq 0 \text{ » } m + n = r + s \end{cases}$$

5) Definidos así los $H_{mn}(xy)$, Hermite introduce los polinomios $G_{mn}(xy)$ del siguiente modo:

Recordando que se tenía:

$$e^{1/2\left[\frac{\partial\psi}{\partial h} x + \frac{\partial\psi}{\partial} y - 1/2\,\psi(hk)\right.} = \sum \frac{h^m}{m!}\frac{k^n}{n!} H_{mn}(xy) \qquad [5]$$

si son h' y k' dos nuevas constantes ligadas a h, k por la relación:

$$h' = \frac{1}{2}\frac{\partial \psi}{\partial h} \qquad k' = \frac{1}{2}\frac{\partial \psi}{\partial k}$$

y es

$$\rho(\xi\eta) = \frac{1}{\Delta}\left\{ c\,\xi^2 - 2\,b\,\xi\,\eta + a\,\eta^2 \right\}$$

la forma cuadrática adjunta de la ψ, reemplazando en el primer miembro de la [5] h', k' por sus valores y teniendo en cuenta que

$$\psi(h\,k) \equiv \rho(h'\,k')$$

los polinomios $G_{mn}(xy)$ se definen como el coeficiente del término en $h'^m k'^n$ en el desarrollo de la función generatriz

$$e^{h'x + k'y - \frac{1}{2}\rho(h'k')}$$

es decir:

$$e^{h'x + k'y - 1/2\,\rho(h'k')} = \sum \frac{h'^m}{m!}\frac{k'^n}{n!} G_{mn}(xy)$$

El primer miembro es:

$$e^{h'x + k'y - \frac{1}{2\Delta}[ch'^2 - 2bh'k' + ak'^2]} = e^{\frac{b}{\Delta}h'k'} \cdot e^{h'x - \frac{1}{2}\frac{c}{\Delta}h'^2} \cdot e^{k'y - \frac{1}{2}\frac{a}{\Delta}k'^2}$$

y se obtiene G_{mn} como el coeficiente del término en $h'^m k'^n/m!\,n!$ en el desarrollo del producto del segundo miembro. Se tiene así:

$$G_{mn}(xy) = \frac{c^{m/2}.\,a^{n/2}}{\Delta^{\frac{m+n}{2}}} \sum_j \frac{b^j}{(ac)^{j/2}} \frac{(m)_j\,(n)_j}{j!} H_{m-j}\left(x\sqrt{\frac{\Delta}{c}}\right) H_{n-j}\left(y\sqrt{\frac{\Delta}{a}}\right)$$

Estos polinomios verifican entre sí la condición de ortogonalidad a sistema y con los $H_{mn}(xy)$ la condición:

$$\iint_{-\infty}^{+\infty} e^{-1/2\,\psi(xy)} H_{mn}(xy)\,G_{rs}(xy)\,dx\,dy \begin{cases} = 0 \text{ si } m,n \neq r,s \\ \neq 0 \text{ » } m,n = r,s \end{cases}$$

La sucesión de las $G_{mn}(xy)$ es:

$$G_{00} = 1 \qquad G_{02} = y^2 - \frac{a}{\Delta}$$

$$G_{10} = x \qquad G_{30} = x^3 - 3\frac{c}{\Delta}x$$

$$G_{01} = y \qquad G_{21} = x^2 y - 2\frac{b}{\Delta}x - \frac{c}{\Delta}y$$

$$G_{20} = x^2 - \frac{c}{\Delta} \qquad G_{12} = xy^2 - 2\frac{b}{\Delta}y - \frac{a}{\Delta}x$$

$$G_{11} = xy - \frac{b}{\Delta} \qquad G_{03} = y^3 - 3\frac{a}{\Delta}y$$

. . . . . .

6) La determinación que deseamos hacer de una sucesión de polinomios $\Theta(xy)$ que cumplan la condición

$$I_{m,n;r,s} = \iint_{-\infty}^{+\infty} e^{-1/2\,\psi(xy)}\,\Theta_{mn}(xy)\,\Theta_{r,s}(xy)\,dxdy \begin{cases} = 0 \text{ si } m,n \neq r,s \\ \neq 0 \text{ si } m,n = r,s \end{cases} \quad (*)$$

se obtiene partiendo de la siguiente consideración.

Si la forma cuadrática $\psi(xy)$ es idéntica a su adjunta, es decir, si es:

$$\psi(xy) = x^2 + y^2 = \rho(\xi\eta)$$

se tiene:

$$e^{hx + ky - 1/2\,(h^2 + k^2)} = \sum \frac{h^m}{m!} \cdot \frac{k^n}{n!} H_{mn}(xy)$$

$$e^{h'x + k'y - 1/2\,(h'^2 + k'^2)} = \sum \frac{h'^m}{m!} \frac{k'^n}{n!} G_{mn}(xy)$$

y

$$e^{hx + ky - 1/2\,(h^2 + k^2)} = e^{hx - \frac{h^2}{2}} \cdot e^{ky - \frac{k^2}{2}}$$

de donde se sigue:

$$H_{mn}(xy) = G_{mn}(xy) = H_m(x)\,H_n(y)$$

Se tendrá, pues:

$$\iint e^{-1/2\,(x^2+y^2)} H_{mn}\, G_{rs}\, dxdy = \iint e^{-1/2\,(x^2+y^2)} H_{mn}\, H_{rs}\, dxdy =$$

$$= \iint e^{-1/2\,(x^2+y^2)} G_{mn}\, G_{rs}\, dxdy =$$

$$= \iint e^{-1/2\,(x^2+y^2)} H_m \,.\, H_n \,.\, H_r \,.\, H_s\, dxdy \begin{cases} = 0 \text{ si } m,n \neq r,s \\ \neq 0 \text{ » } m,n = r,s \end{cases}$$

De lo anterior surge que, para obtener una sola sucesión de polinomios ortogonales, bastará escribir el exponente de la función generatriz bajo la forma de una suma de cuadrados, lo que, en nuestro caso, siendo:

$$\psi(xy) = ax^2 + 2\,bxy + cy^2$$

puede hacerse en la siguiente forma:

$$ax^2 + 2\,bxy + cy^2 = ax^2 + \frac{b^2y^2}{a} - \frac{b^2y^2}{a} +$$

$$+ 2\,bxy + cy^2 = y^2\left(\frac{ac - b^2}{a}\right) + \frac{(ax + by)^2}{a}$$

o bien:

$$ax^2 + 2\,bxy + cy^2 = x^2\left(\frac{ac - b^2}{c}\right) + \frac{(bx + cy)^2}{c}$$

En virtud del enunciado anterior tendremos:

$$\Theta_{m,n}(xy) = CH_m\left(x\sqrt{\frac{\Delta}{c}}\right) H_n\left(\frac{bx + cy}{\sqrt{c}}\right)$$

siendo C una constante que determinamos en modo tal que el coeficiente del término en $x^m y^n$ en $\Theta_{m,n}$ sea la unidad. Será así:

$$\Theta_{m,n}(xy) = \frac{c^{(m-n)/2}}{\Delta^{m/2}} H_m\left(x\sqrt{\frac{\Delta}{c}}\right) H_n\left(\frac{bx + cy}{\sqrt{c}}\right) \qquad (\Lambda)$$

Estos polinomios verifican la condición de ortogonalidad (*), pues es:

$$I_{m,n;r,s} = \frac{c^{\frac{m-n}{2}} \cdot c^{\frac{r-s}{2}}}{\Delta^{(m+r)/2}} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-1/2\left(\frac{bx+cy}{\sqrt{c}}\right)^2} H_n\left(\frac{bx+cy}{\sqrt{c}}\right) H_s\left(\frac{bx+cy}{\sqrt{c}}\right)$$

$$dy \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-1/2\,\frac{\Delta}{c}\,x^2} H_m\left(x\sqrt{\frac{\Delta}{c}}\right) H_n\left(x\sqrt{\frac{\Delta}{c}}\right) dx = 0$$

si $m, n \neq r, s$.

Para el módulo se tiene:

$$\iint_{-\infty}^{+\infty} e^{-1/2\,\psi(xy)}\, \Theta^2_{m,n}(xy)\, dxdy = 2\pi \frac{c^{m+n}}{\Delta^{\frac{2m+1}{2}}}\, n!\, m!$$

Recordando las fórmulas que dan los H_{mn}, G_{mn} en función de los hermitianos de una variable, se tiene:

$$G_{mo} = \left(\frac{c}{\Delta}\right)^{m/2} H_m\left(x\sqrt{\frac{\Delta}{c}}\right) \qquad H_{on} = c^{n/2}\, H_n\left(\frac{bx+cy}{\sqrt{c}}\right) \quad (B)$$

y la (Λ) puede escribirse:

$$\Theta_{mn}(xy) = \frac{1}{c^n}\, G_{mo} \cdot H_{on}$$

de donde se sigue:

$$\Theta_{00} = 1$$

$$\Theta_{10} = x$$

$$\Theta_{01} = y + \frac{b}{c}\, x$$

$$\Theta_{20} = x^2 - \frac{c}{\Delta}$$

$$\Theta_{11} = xy + \frac{b}{c}\, x^2$$

$$\Theta_{02} = y^2 + 2\frac{b}{c}\, xy + \frac{b^2}{c^2}\, x^2 - \frac{1}{c}$$

$$\Theta_{30} = x^3 - 3\frac{c}{\Delta}\, x$$

$$\Theta_{21} = x^2 y - \frac{b}{\Delta}\, x - \frac{c}{\Delta}\, y + \frac{b}{c}\, x^3$$

$$\Theta_{12} = xy^2 + 2\frac{b}{c}\, x^2 y - \frac{1}{c}\, x + \frac{b^2}{c^2}\, x^3$$

$$\Theta_{03} = y^3 + 3\frac{b}{c}\, xy^2 + 3\frac{b^2}{c^2}\, x^2 y + \frac{b^3}{c^3}\, x^3 - 3\frac{b}{c^2}\, x - \frac{3}{c}\, y$$

. . . . . .

7) Partiendo de la fórmula (Λ) y de la expresión de los hermitianos a una variable como derivadas de una exponencial, por ser:

$$H_m\left(x\sqrt{\frac{\Delta}{c}}\right) = (-1)^m e^{1/2\frac{\Delta}{c}x^2} \frac{d^m}{d\left(x\sqrt{\frac{\Delta}{c}}\right)^m} e^{-1/2\frac{\Delta}{c}x^2} =$$

$$= (-1)^m \left(\frac{c}{\Delta}\right)^{m/2} e^{1/2\frac{\Delta}{c}x^2} \frac{d^m}{dx^m} e^{-1/2\frac{\Delta}{c}x^2}$$

$$H_m\left(\frac{bx+cy}{\sqrt{c}}\right) = (-1)^n e^{1/2\left(\frac{bx+cy}{\sqrt{c}}\right)^2} \frac{d^n}{d\left(\frac{bx+cy}{\sqrt{c}}\right)^n} e^{-1/2\left(\frac{bx+cy}{\sqrt{c}}\right)^2} =$$

$$= (-1)^n c^{-n/2} e^{1/2\left(\frac{bx+cy}{\sqrt{c}}\right)^2} \frac{\partial^n}{\partial y^n} e^{-1/2\left(\frac{bx+cy}{\sqrt{c}}\right)^2} =$$

$$= (-1)^n \frac{c^{n/2}}{b^n} e^{1/2\left(\frac{bx+cy}{\sqrt{c}}\right)^2} \frac{\partial^n}{\partial x^n} e^{-1/2\left(\frac{bx+cy}{\sqrt{c}}\right)^2}$$

se tiene:

$$\Theta_{mn}(xy) = (-1)^{m+n} \frac{c^{m-n}}{\Delta^m} e^{1/2\,\psi(xy)} \frac{d^m\left\{e^{-1/2\frac{\Delta}{c}x^2}\right\}}{dx^m} \cdot \frac{\partial^n\left\{e^{-1/2\left(\frac{bx+cy}{\sqrt{c}}\right)^2}\right\}}{\partial y^n}$$

o bien:

$$\Theta_{mn}(xy) = (-1)^{m+n} \frac{c^m}{\Delta^m b^n} e^{1/2\,\psi(xy)} \frac{d^m\left\{e^{-1/2\frac{\Delta}{c}x^2}\right\}}{dx^m} \cdot \frac{\partial^n\left\{e^{-1/2\left(\frac{bx+cy}{\sqrt{c}}\right)^2}\right\}}{\partial x^n}$$

8) Supongamos tener la función de Bravais

$$B(xy) = \frac{1}{2\pi\sqrt{1-r^2}} e^{-1/2\frac{1}{1-r^2}(x^2-2rxy+y^2)}$$

Aquí es: $a = c = 1/(1-r^2)$, $b = -r/(1-r^2)$ $\therefore$ $\Delta = 1/(1-r^2)$ y por tanto, la sucesión de los polinomios ortogonales con ella es:

$\Theta_{00} = 1$
$\Theta_{10} = x$
$\Theta_{01} = y - rx$
$\Theta_{20} = x^2 - 1$
$\Theta_{11} = xy - rx^2$

$$\Theta_{02} = y^2 - 2\,rxy + r^2x^2 - (1 - r^2)$$
$$\Theta_{30} = x^3 - 3\,x$$
$$\Theta_{21} = x^2\,y + rx - y - rx^3$$
$$\Theta_{12} = xy^2 - 2\,rx^2y - (1 - r^2)\,x + 2\,r^2x^3$$
$$\Theta_{03} = y^3 - 3\,rxy^2 + 3\,r^2x^2y - r^3x^3 + r\,(1 - r^2)\,x - 3\,(1 - r^2)\,y \quad (*)$$

. . . . . .

En general se tiene:

$$\Theta_{mn}(xy) = (-1)^{m+n}\frac{(1-r^2)^n}{B(xy)} \cdot \frac{d^m\,(e^{-1/2\,x^2})\,\partial^n\left(e^{-1/2\,\frac{(y-rx)^2}{1-r^2}}\right)}{dx^m\,\partial y^n} =$$

$$= (-1)^{m+2n}\frac{(1-r^2)^n}{r^n\,B(xy)} \cdot \frac{d^m\,(e^{-1/2\,x^2})\,\partial^n\left(e^{-1/2\,\frac{(y-rx)^2}{1-r^2}}\right)}{dx^m\,\partial x^n}.$$

Instituto de Estadística
Rosario

(*) Estos polinomios fueron obtenidos por el Prof. F. L. Gaspar partiendo de la construcción de un cierto determinante. V. *An. Soc. C. A.*, Feb. 1936, E. II. T. CXXI, pág. 74 y sig.: *Sobre los polinomios ortogonales a dos variables y generalización de la sup. de Bravais.*

ASPECTOS MATEMATICOS DEL METABOLISMO CELULAR

POR

GUILLERMO KNIE

La complejidad de los fenómenos metabólicos hace imposible el razonamiento sobre la base de un modelo que tiene exactamente las características de una célula viva. Para tratar matemáticamente el metabolismo celular es necesario introducir una serie de idealizaciones. Evidentemente la forma del sistema es lo menos importante en cuanto a las conclusiones cualitativas a las cuales da origen y en cierto grado también a las conclusiones cuantitativas. Lo más conveniente es adoptar la forma esférica la cual por su simetría hace depender cualquier magnitud que interviene en el proceso de difusión que es característico para el metabolismo solamente de una variable: del radio de la célula. Al protoplasma celular atribuímos un coeficiente de difusión D_i prescindiendo completamente de su diferenciación. La substancia celular está rodeada de una membrana de permeabilidad h, el medio ambiente tiene el coeficiente de difusión D_e. Se considera una sola célula de manera que la simetría esférica del problema es perfecta. En el ambiente líquido que rodea la célula se encuentra una substancia disuelta, la concentración de la cual en gran distancia de la célula es C_0. En el interior de la célula se produce o se consume esta misma substancia a razón de q gr. por cm. cúbico y segundo. Si la substancia es producida consideramos q como positivo, en caso contrario como negativo.

Antes de seguir sea permitido hacer una observación con respecto a las idealizaciones que hemos hecho con la célula. Parece que el sistema que consideramos está tan fuertemente idealizado que ya no tiene más el menor parecido con las células que existen en realidad. En efecto lo único que ha quedado de la célula y de su funcionamiento es la membrana y un proceso de difusión a través de ella causado por la diferencia de concentraciones dentro y fuera

de la célula originada por el consumo o la producción de materia en el espacio encerrado por la membrana. Tenemos una razón fundada para creeer que los resultados que deduciremos del funcionamiento de este mecanismo sean aplicables a la célula real? La contestación la dará una comparación con la teoría cinética de los gases que fué desarrollada hace 80 años por Maxwell y Boltzmann y que ha tenido resultados tan notables la validez de los cuales es confirmada en alto grado por la experiencia. Dicha teoría operaba con un modelo de molécula que se puede describir lo más sencillamente como pelota de billar: una partícula perfectamente esférica y elástica a la vez. Felizmente en aquel tiempo nadie sospechaba la complejidad de la molécula como la conocemos hoy día. Ella se compone en realidad de una cantidad más o menos grande de átomos rodeados de nubes electrónicas. Los átomos mismos están compuestos de neutrones y protones que se pueden transformar los unos en los otros por la emisión y absorción de electrones, neutrinos y mesotrones dando origen este proceso a fuerzas misteriosas llamadas fuerzas de intercambio. Vemos que la situación en biología es análoga. El modelo de célula adaptado por nosotros difiere evidentemente en el mismo grado de un glóbulo rojo como la molécula de la teoría cinética de los gases de la verdadera molécula digamos del vapor de agua. Si pues, la física en su terreno ha tenido un éxito tan resonante a pesar de una idealización tan extrema del objeto que estudiaba podemos esperar en el terreno de la biología que una idealización igualmente extrema de la célula no impedirá la deducción de resultados que sean aplicables a la realidad.

En efecto llegaremos a determinar por la investigación del proceso de difusión un límite máximo para el tamaño de una célula metabolizante de acuerdo con los hechos conocidos, resultado por cierto muy satisfactorio y alentador.

Después de esta disgresión continuamos el análisis del proceso ideado. Hay que considerar el interior de la célula y el ambiente exterior por separado, puesto que las condiciones adentro y afuera son distintas. Por razones de simetría la corriente de difusión va en dirección radial. Si designamos con c la concentración de la substancia disuelta, la cantidad de substancia que fluye por un cm. cuadrado por segundo en dirección radial es $-D_i \frac{\partial c}{\partial r}$. El signo menos indica que el transporte de materia se realiza en dirección de concentración decreciente. En un elemento de volumen $4\pi r^2 dr$

entra pues la cantidad: $-4\pi r^2 D_i \frac{\partial c}{\partial r}$, por el lado opuesto sale:

$$\left[-4\pi r^2 D_i \frac{\partial c}{\partial r}\right]_{r+dr}$$

Limitándonos a la primera potencia del diferencial dr, el exceso de la substancia que entra sobre la que sale, es:

$$4\pi D_i \frac{\partial}{\partial r}\left(r^2 \frac{\partial c}{\partial r}\right) dr.$$

Por cm. cúbico este exceso, será:

$$\frac{D_i}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2 \frac{\partial c}{\partial r}\right).$$

El aumento de substancia en un cm. cúbico y en un segundo será pues:

$$\frac{\partial c}{\partial t} = \frac{D_i}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2 \frac{\partial c}{\partial r}\right) + q. \qquad [1]$$

Afuera de la célula tenemos por la falta de producción respectivamente consumo:

$$\frac{\partial c}{\partial t} = \frac{D_e}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2 \frac{\partial c}{\partial r}\right).$$

A estas dos ecuaciones parciales diferenciales hay que agregar todavía las condiciones en los límites. Para la primera ecuación los límites son: $r = 0$ y $r = r_0$ siendo r_0 el radio de la célula. Para la segunda que es válida en todo el espacio fuera de la célula:

$$r = r_0 \quad \text{y} \quad r = \infty$$

Como dos ecuaciones diferenciales de segundo orden tienen juntos 4 constantes en su solución, el problema está perfectamente determinado dándose las condiciones en los límites. Para $r = 0$ basta que la concentración c quede finita, para $r = \infty$ es $c = c_0$. Para obtener las condiciones en la superficie de la célula hay que expresar el hecho de que la cantidad de substancia que llega por difu-

sión a la membrana es igual a aquella que pasa a través de la membrana debido a la permeabilidad de ésta y que análogamente la cantidad que pasa a través de la membrana es igual a aquélla llevada por difusión al ambiente exterior. Por centímetro cuadrado, resulta pues:

$$-D_i \frac{\partial c_1}{\partial r} = h\,(c_1 - c_2) \quad \text{y} \quad h\,(c_1 - c_2) = -D_e \frac{\partial c_1}{\partial r},$$

siendo c_1 y c_2 las concentraciones en proximidad inmediata de la membrana adentro resp. fuera y h la permeabilidad de la membrana para las substancias considerada (no es igual para todas las substancias!) *e.d.* la cantidad que pasa por cm. cuadrado de la membrana, cuando la diferencia de concentración afuera y adentro es igual a 1. La hipótesis adoptada aquí de que esta cantidad es proporcional a la diferencia de concentraciones es la más natural y para pequeñas concentraciones siempre correcta.

Para resolver las ecuaciones [1] es cómodo escribirlas en otra forma. Como

$$\frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2 \frac{\partial c}{\partial r}\right) = \frac{1}{r}\frac{\partial^2}{\partial r^2}(r \,.\, c),$$

se tiene:

$$\frac{\partial c}{\partial t} = \frac{D_i}{r}\frac{\partial^2}{\partial r^2}(r\,c) + q \quad \text{y} \quad \frac{\partial c}{\partial t} = \frac{D_e}{r}\frac{\partial^2}{\partial r^2}(r \,.\, c)\,.$$

En la mayoría de los casos el crecimiento de las células es tan lento que el proceso de difusión se puede considerar como estacionario. En tal caso

$$\frac{\partial c}{\partial t} = 0 \quad \text{y} \quad D_i \frac{\partial^2}{\partial r^2}(r \,.\, c) + qr = 0 \quad \text{y} \quad \frac{\partial^2}{\partial r^2}(r \,.\, c) = 0$$

Aquí q en general es función de la concentración. Pero limitémonos primero al caso de que la materia sea producida a razón constante. Entonces adoptando r como nueva variable, la solución de estas ecuaciones se obtiene por integración inmediata:

$$c = -\frac{q}{6\,D_i} r^2 + A + \frac{B}{r} \quad \text{resp.} \quad c = b + \frac{D}{r}\,.$$

Atendiendo a las condiciones en los límites obtenemos por cálculos elementales (1)

$$c_i = c_0 + \left(\frac{q\,r_0}{3\,h} + \frac{q\,r_0^2}{6\,D_i} + \frac{q\,r_0^2}{3\,D_e}\right) - \frac{q\,r^2}{6\,D_i} \quad \text{y} \quad c_e = c_0 + \frac{q\,r_0^3}{3\,D_e}\cdot\frac{1}{r} \quad [2]$$

habiendo distinguido las concentraciones adentro y afuera de la célula por los índices i y e respectivamente (1).

Se ve que si hay producción de materia en el interior de la célula, la concentración decrece continuamente de un máximo en el centro hasta c_0 en el exterior, valor al cual ella se aproxima asintóticamente. Una excepción hace la membrana. Al pasar la membrana de adentro hacia afuera hay una discontinuidad de la concentración igual a $-\frac{q\,r_0}{3\,h}$.

Es importante hacer notar que para $r = 0\ \frac{\partial c_i}{\partial r} = 0$ como se debe esperar. Pues en el centro de la célula un transporte de materia es imposible por razones físicas impuestas por la simetría. Asimismo c es por todas las partes positivo. Lo contrario nos indicaría que a pesar de la corrección de las argumentaciones matemáticas habríamos llegado a un estado físicamente imposible —pues la concentración es por definición una cantidad esencialmente positiva— y habríamos que cambiar algo en las condiciones impuestas al sistema. Este caso se presenta efectivamente, cuando hay consumo de materia en la célula. Esta alternativa es tanto más atrayente en cuanto tiene un interés patológico. Si la concentración en el exterior baja a

$$|q|\cdot\left(\frac{r_0}{3\,h} + \frac{r_0^2}{6\,D_i} + \frac{r_0^2}{3\,D_i}\right) = c^* \quad [3]$$

no llega más substancia al centro de la célula, como indica la ecuación 2 (poniendo $r = 0$ en ella) y si la concentración exterior baja más todavía, ya antes de llegar al centro de la célula en cierto punto la concentración alcanza el valor 0. Sin embargo en este punto $\frac{\partial c}{\partial r}$ no se anula. Se presenta pues, una situación físicamente imposible.

(1) Compare: RASHEVSKY, *Math. Biology.*

La materia disuelta deja de existir en cierta distancia al centro de la célula y sin embargo hay transporte de materia $\left(D_i \frac{\partial c}{\partial r}\right)$ hacia adentro. En este caso debemos revisar nuestro procedimiento. La primera ecuación diferencial de nuestro problema no es más válida en todo el interior de la célula, sino solamente en una capa esférica de $r = r_1$ hasta $r = r_0$. Para $r = r_1$ debe anularse no solamente la concentración, sino también el gradiente de la concentración

$$c = \frac{\partial c}{\partial r} = 0 .$$

Así tenemos aparentemente tres condiciones de límites para una ecuación diferencial de 2º orden. Pero como r_0 es indeterminado todavía y recién se determina por la solución misma, las 3 condiciones se reducen a dos. Un cálculo elemental nos da otra vez las concentraciones c_i y c_e, pero el valor de c_i aparece ahora disminuído en:

$$\frac{1}{3}\left(\frac{1}{D_e r_0} - \frac{1}{D_i r_0} + \frac{1}{h r_0^2}\right) q r_1^3 + \frac{q r_1^3}{3 D_i} \cdot \frac{1}{r} \quad (1)$$

(lo mismo resulta c_e distinto). Poniendo $c_i = 0$ tenemos la ecuación siguiente:

$$c^* - c_0 + \frac{q r_0^2}{2 D_i}\left(\frac{r_1}{r_0}\right)^2 - \left(c^* + \frac{q r_0^2}{2 D_i}\right)\left(\frac{r_1}{r_0}\right)^2 = 0$$

en la cual las únicas incógnitas son D_i y $\frac{r_1}{r_0}$. Supongamos ahora que $c_0 > c^*$ y para tener un ejemplo concreto que se trate de suministrar oxígeno a la célula. Para $c_0 > c^*$ el oxígeno llega hasta el centro de la célula y el consumo total en la célula es $Q_0 = \frac{4}{3} \pi r_0^3 q$. Este consumo es evidentemente constante, mientras $c_0 > c^*$. Si disminuímos ahora la concentración de oxígeno fuera de la célula, llegará un momento en el cual el oxígeno empieza a no llegar más al centro de la célula y el consumo de oxígeno disminuye. Esto se produce cuando $c_0 = c^*$. c^* se deja determinar por el experi-

(1) Vea: Rashevsky, *Math. Biology*, p. 25.

mento. Cuando el oxígeno penetra solamente hasta $r = r_1$, el consumo es:

$$Q = \frac{4\pi}{3} (r_0^3 - r_1^3) q .$$

Tenemos pues,

$$\frac{Q}{Q_0} = \frac{r_0^3 - r_1^3}{r_0} \quad \text{ó} \quad \frac{r_1}{r_0} = \sqrt[3]{1 - \frac{Q}{Q_0}}$$

Esto representa una segunda ecuación para las incógnitas $\frac{r_1}{r_0}$ y D_i. De esta manera se puede determinar indirectamente D_i. Se han encontrado valores de D_i del orden de magnitud 10^{-7} centímetros cuadrados, sec^{-1}.

Una determinación directa del coeficiente de difusión del oxígeno en la célula parece muy difícil y no se ha hecho todavía. Tanto más grato es el resultado teórico.

Ecuación [3] nos da ahora una relación entre la permeabilidad h y el coeficiente de difusión del medio exterior D_e. Si este último es conocido se obtiene así h. h resulta ser $\sim 10^{-4}$ cm. seg^{-1}.

Hasta ahora hemos admitido que la producción o el consumo de materia dentro de la célula se haga a razón constante por unidad de volumen. Nos acercamos más a la realidad si suponemos que las reacciones que tienen lugar en la célula son catalíticas. El caso más sencillo de esta clase sería una reacción autocatalítica. Entonces la cantidad de materia producida en la unidad de volumen es proporcional a la concentración misma de la substancia en este volumen: $q = a\, c_i$ dando origen a la ecuación:

$$\frac{\partial c_i}{\partial t} = \frac{D_i}{r} \frac{\partial^2 (r\, c)}{\partial r^2} + a\, c_i \qquad [4]$$

Vamos a hacer primero una consideración sencilla que nos mostrará que si $a > 0$ (*e. d.* producción de materia (la célula no puede crecer indefinidamente, sino que existe un radio límite más allá del cual la célula no puede funcionar. Con este objeto admitiremos provisoriamente que los coeficientes de difusión tengan un valor muy grande. Entonces el gradiente de la concentración será muy pequeño así que en el límite $D_i \frac{\partial c}{\partial r}$ que representa la cantidad de materia transportada siempre conservará un valor finito. c_i será

independiente de r y c_e será igual c_0. Integrando ahora la ecuación [4] sobre el interior de la célula, obtendremos

$$\int_0^{r_0} \frac{\partial c_i}{\partial t}\, dV = D_i \int_0^{r_0} \frac{1\,\partial\left(r^2 \dfrac{\partial c}{\partial r}\right)}{r^2\,\partial\, r}\, dV + a c_i \int_0^{r_0} dV$$

lo que nos da con $dV = 4\,\pi\, r^2\, dr$:

$$\frac{4\,\pi}{3}\, r_0^3 \frac{\partial c}{\partial t} = 4\,\pi\, r_0^2 \left(\frac{\partial c_i}{\partial r}\right)_{r=r_0} D_i + a\, c_i \frac{4\,\pi}{3}\, r_0^3$$

Utilizando la condición en el límite:

$$D_i \frac{\partial c_i}{\partial r} = -\,h\,(c_i - c_0)$$

obtendremos después de dividir por $\dfrac{4\,\pi}{3}\, r_0^3$:

$$\frac{\partial c_i}{\partial t} = -\frac{3\,h}{r_0}\,(c_i - c_0) + a c_i$$

lo cual integrado nos da:

$$c_i = \frac{A\, e^{\left(a - \frac{3\,h}{r_0}\right)t}}{a - \dfrac{3\,h}{r_0}} + \frac{h c_0}{h - \dfrac{a r_0}{3}}\,.$$

El valor de la constante de integración se determina por la concentración c_0, que existe en el momento t_0 en el interior de la célula. Como se ve, si $r_0 > \dfrac{3\,h}{a}$ la concentración crece indefinidamente, por consiguiente ningún estado estacionario de la célula es posible. $\dfrac{3\,h}{a}$ representa pues, el valor crítico del radio de la célula, arriba del cual la célula o perece o se dividirá. Este valor límite es solo aproximativo. Si los coeficientes de difusión tienen valores fini-

tos, él se modificará. Para ver eso consideramos el caso estacionario e integramos la ecuación [4] para $\frac{\partial c}{\partial t} = 0$. Tenemos

$$D_i \frac{\partial^2 (r\, c_i)}{\partial r^2} + a\, c_i\, r = 0\,.$$

La única solución que es regular en todo el interior de la célula es:

$$c_i = \frac{A \operatorname{sen}\left(\sqrt{\frac{a}{D_i}}\, r\right)}{r}$$

En el exterior tenemos

$$c_e = c_0 + \frac{B}{r}$$

La determinación de las constantes de integración A y B por las condiciones en el límite nos da para c_i el valor:

$$c_i = \frac{D_e\, r_0^2\, h\, c_0}{h D_e r_0 \operatorname{sen}\left(\sqrt{\frac{a}{D_i}}\, r_0\right) + D_i (h r_0 + D_e)\left(\sqrt{\frac{a}{D_i}}\, r_0 \cos\left(\sqrt{\frac{a}{D_i}}\, r_0\right) - \operatorname{sen}\left(\sqrt{\frac{a}{D_i}}\, r_0\right)\right)} \cdot \frac{\operatorname{sen}\left(\sqrt{\frac{a}{D_i}}\, r\right)}{r}\,.$$

El denominador es positivo cerca de $r = 0$ como lo demuestra el desarrollo en potencias de r y es negativo para

$$r_0 = \pi \sqrt{\frac{D_i}{a}}$$

por consiguiente debe anularse una vez entre

$$r_0 = 0 \quad \text{y} \quad r_0 = \pi \sqrt{\frac{D_i}{a}}\,.$$

(1) Vea: RASHEVSKY, l. c.

Pero cuando el denominador se anula, la concentración se hace infinita lo que es físicamente imposible. Luego $\pi\sqrt{\frac{D_i}{a}}$ representa un valor máximo para el radio de la célula. No tenemos datos precisos sobre la producción de materia en las células, pero conocemos por ej.: el consumo de oxígeno por las células de la sangre. Suponemos que la producción de anhidrido carbónico se hace aproximadamente en la misma razón. Además conocemos la concentración del anhidrido carbónico en la sangre. Su concentración dentro de la célula será del mismo orden de magnitud. Estos datos nos permiten apreciar el coeficiente a en $\sim 10^{-2}$ seg^{-1}. Tomando este valor de a y $Di \sim 10^{-7}$ cm^2 seg^{-1}. encontramos como límite superior del radio de la célula 10^{-2} cm. lo que no parece un valor improbable.

La existencia de un valor máximo para las dimensiones celulares está relacionada con el hecho de que mientras aumenta el volumen de un cuerpo con la tercera potencia de sus dimensiones lineales, su superficie aumenta solamente con la segunda potencia. Como la cantidad de materia producida por las reacciones en el interior de la célula es proporcional al volumen y la permeabilidad de la membrana es limitada, llega con el crecimiento del radio un momento en el cual la cantidad de materia producida es demasiado grande para poder pasar por la membrana. Esto restringe el crecimiento ulterior de la célula.

El caso de $a < 0$ (consumo de materia) no ofrece ningún interés particular. La integral se compone en este caso de funciones hiperbólicas y el denominador de c_i es siempre positivo. La concentración queda finita y no hay ninguna restricción para las dimensiones celulares.

En los casos estudiados hasta ahora una substancia era producida o consumida. En realidad en las células se producen y consumen gran cantidad de substancias. Si las correspondientes reacciones son independientes las unas de las otras, cada substancia se comporta como si estuviera sola. Para cada una la misma ecuación es válida, sólo las constantes varían. Las soluciones se hallan independientemente las unas de las otras. Ahora bien, las reacciones generalmente no son independientes, sino conectadas. La presencia de una substancia cataliza la producción o la producción o la descomposición de las otras. Esto da origen a un sistema de

ecuaciones diferenciales parciales. En el caso de 3 substancias este sistema tiene la forma siguiente:

$$\left.\begin{aligned}
\frac{\partial c_1}{\partial t} &= \frac{D_1}{r}\frac{\partial^2 (r\,c_1)}{\partial r^2} + \alpha_1 c_1 + \beta_1 c_2 + \gamma_1 c_3 \\
\frac{\partial c_2}{\partial t} &= \frac{D_2}{r}\frac{\partial^2 (r\,c_2)}{\partial r^2} + \alpha_2 c_1 + \beta_2 c_2 + \gamma_2 c_3 \\
\frac{\partial c_3}{\partial t} &= \frac{D_3}{r}\frac{\partial^2 (r\,c_3)}{\partial r^2} + \alpha_3 c_1 + \beta_3 c_2 + \gamma_3 c_3
\end{aligned}\right\} \text{en el interior}$$

$$\underbrace{\frac{\partial c_1}{\partial t} = \frac{D_1}{r}\frac{\partial^2 (r\,c_2)}{\partial r^2} \;;\; \frac{\partial c_2}{\partial t} = \frac{D_2}{r}\frac{\partial^2 (r\,c_2)}{\partial r^2} \;;\; \frac{\partial c_3}{\partial t} = \frac{D_3}{r}\cdot\frac{\partial^2 (r\,c_3)}{\partial r^2}}_{\text{en el exterior}}$$

$\beta_1 c_2 > 0$ por ej.: significa que la presencia de la segunda substancia cataliza la producción de la primera, $\gamma_2 c_3 < 0$ significaría que la presencia de la tercera substancia catalizaría la descomposición de la segunda proporcionalmente a la concentración de la tercera. Estas ecuaciones son diferenciales parciales de 2º orden y el sistema es demasiado complicado para abordar su solución con perspectivas de éxito. Por eso por el momento no queda más remedio que aplicar el mismo recurso simplificador del cual nos hemos servido ya una vez, *i.d.* considerar el proceso de difusión como muy rápido. Esto nos permita tratar las centracciones como constantes en el espacio e integrar las ecuaciones sobre todo el interior de la célula. Efectuada la integración las ecuaciones que rigen en el interior presentan después de dividir por $\frac{4\pi}{3} r_0^3$, tomando en cuenta las condiciones en el límite, suprimiendo por comodidad el índice i y escribiendo d por ∂:

$$\frac{dc_1}{dt} = \alpha_1 c_1 + \beta_1 c_2 + \gamma_1 c_3 - \frac{3\,h_1}{r_0}(c_1 - c_{01})$$

$$\frac{dc_2}{dt} = \alpha_2 c_1 + \beta_2 c_2 + \gamma_2 c_3 - \frac{3\,h_2}{r_0}(c_2 - c_{02})$$

$$\frac{dc_3}{dt} = \alpha_3 c_1 + \beta_3 c_2 + \gamma_3 c_3 - \frac{3\,h_3}{r_0}(c_3 - c_{03})$$

c_{0v} es la concentración de la ν — esima substancia en el exterior de la célula.

Estas ecuaciones determinan la variación en el tiempo de las concentraciones a partir de un estado inicial dado por valores arbitrarios de las concentraciones. Introducimos las anotaciones siguientes:

$$\alpha_1 - \frac{3\,h_1}{r_0} = \alpha_1' \;;\; \beta_2 - \frac{3\,h_2}{r_0} = \beta_2' \;;\; \gamma_3 - \frac{3\,h_3}{r_0} = \gamma_3'$$

$$\frac{3\,h_1\,c_{01}}{r_0} = \delta_1 \;;\; \frac{3\,h_2\,c_{02}}{r_0} = \delta_2 \;;\; \frac{3\,h_3\,c_{03}}{r_0} = \delta_3$$

entonces tenemos:

$$\frac{dc_1}{dt} = \alpha_1'\,c_1 + \beta_1\,c_2 + \gamma_1\,c_3 + \delta_1$$

$$\frac{dc_2}{dt} = \alpha_2\,c_1 + \beta_2'\,c_2' + \gamma_2\,c_3 + \delta_2$$

$$\frac{dc_3}{dt} = \alpha_3\,c_1 + \beta_3\,c_2 + \gamma_3'\,c_3 + \delta_3$$

Hagamos todavía las substituciones:

$$c_1 = x + x_0,\; c_2 = y + y_0,\; c_3 = z + z_0$$

determinando las x_0, y_0, z_0 así que tengamos:

$$\alpha_1'\,x_0 + \beta_1\,y_0 + \gamma_1\,z_0 + \delta_1 = 0$$
$$\alpha_2\,x_0 + \beta_2'\,y_0 + \gamma_2\,z_0 + \delta_2 = 0$$
$$\alpha_3\,x_0 + \beta_3\,y_0 + \gamma_3'\,z_0 + \delta_3 = 0$$

Entonces tendremos:

$$\frac{dx}{dt} = \alpha_1'\,x + \beta_1\,y + \gamma_1\,z$$

$$\frac{dy}{dt} = \alpha_2\,x + \beta_2'\,y + \gamma_2\,z \qquad [5]$$

$$\frac{dr}{dt} = \alpha_3\,x + \beta_3\,y + \gamma_3'\,z$$

Para resolver este sistema homogéneo ponemos

$$x = Ae^{\lambda t},\ y = Be^{\lambda t},\ z = Ce^{\lambda t}, \qquad [6]$$

siendo A, B, C constantes de integración. Introduciendo [6] en [5] encontramos:

$$\begin{aligned}(\alpha_1' - \lambda)\, A + \beta_1 B + \gamma_1\ C &= 0\\ \alpha_2 A + (\beta_2' - \lambda)\, B + \gamma_2\, C &= 0\\ \alpha_3\, A + \beta_3\, B + (\gamma_3' - \lambda)\, C &= 0\end{aligned}$$

Para que el sistema tenga soluciones no triviales para A, B, C la determinante de los coeficientes debe anularse lo que da una ecuación de 3 grado para λ. El carácter de la solución del problema depende ahora enteramente del valor de las constantes que determinan la producción de substancia. Mientras la experimentación no nos dé datos suficientes resulta difícil hacer pronósticos sobre el carácter de las soluciones posibles. Lo más probable es que existen soluciones periódicas que den concentraciones que oscilan periódicamente alrededor de valores fijos. Este caso se produciría por ej.: para $\lambda_1 = 0$, λ_2 y λ_3 imaginarios conjugados. Las ecuaciones se podrán aplicar a la producción de anhidrido carbónico por el consumo de oxígeno y glucosa. Los datos experimentales que tenemos de esta reacción son actualmente insuficientes. Pero en un porvenir no demasiado lejano poseeremos indudablemente los conocimientos necesarios para poder aplicar esta teoría con éxito.

Resumen

Se formula la ecuación de difusión para una célula aislada y se da su solución para varios casos de producción y consumo de substancia en el interior de la célula. Una concentración exterior demasiado débil produce asfixia de las partes centrales de la célula que consume a razón constante. Cuando hay producción autocatalítica, resulta un límite superior para el tamaño de la célula. Se establece el sistema de ecuaciones diferenciales para 3 diferentes metabolitos y se esboza su solución para el caso de difusión instantánea.

BIBLIOGRAFIA

N. Rashevsky. — *Math. Biology*, Chicago University Press.
A. Weinberg. — *Growth* 2, N° 1. May 1938.
N. Rashevsky. — *Protoplasma*, 20, 125, 1933.
W. R. Amberson. — *Biol. Bull.*, 55, 79, 1928.

CONTRIBUCION AL ESTUDIO DEL GRUPO COLI-AEROGENES EN LAS HECES DE ALGUNAS ESPECIES ANIMALES DEL PAIS

POR

JOSE JULIO MONTEVERDE

INTRODUCCION

El estudio de las bacterias del grupo *coli-aerógenes* tiene un gran significado higiénico sanitario. La importancia que a este tema se asigna en el extranjero, se deduce por el número considerable de investigaciones, que no sólo abarcan el estudio sistemático de este grupo de bacterias, sino además sus aplicaciones prácticas y en especial sus vinculaciones con los problemas higiénico-sanitarios.

En nuestro país poco se ha realizado en este terreno; creemos como Bardsley (1) que existe una estrecha vinculación entre las condiciones geográficas de un determinado país y el significado higiénico que presentan las bacterias de este grupo. Sólo después de un conocimiento exacto de la distribución, características y propiedades de estas bacterias en nuestro país, será posible obtener conclusiones de valor higiénico.

Sin considerar el interés teórico que presentan estos estudios para el conocimiento adecuado de la flora coliforme normal de los animales del país y las posibles relaciones que pudieran existir con otros factores, es innegable que existen razones prácticas e inmediatas que hacen necesario efectuar estudios de esta índole en gran escala. Así, por ejemplo, es evidente que la interpretación correcta de los exámenes bacteriológicos relacionados con las contaminaciones fecales (agua, leche, etc.), sólo será posible cuando se conozca íntimamente las características y condiciones de vida de los organismos aislados.

Su estudio comparado con las bacterias patógenas intestinales (*B. Eberth, B. disentérico, V. colérico*, etc.) es además de importancia

especial puesto que, como es sabido, el grupo *coli-aerógenes* se utiliza corrientemente como índice de contaminaciones fecales y en consecuencia como indicador potencial de bacterias patógenas.

Además del interés de evidenciar y numerar las bacterias del grupo *coli-aerógenes* por medio de adecuados procedimientos, existe, a nuestro juicio, una importante constatación ulterior que no es precisamente aceptar o rechazar en base al número, sino teniendo en cuenta la calidad de los componentes del grupo *coli-aerógenes*. Para lograr esto, es necesario operar en base a la distribución en las fuentes de origen, única forma racional de interpretar correctamente los resultados del examen.

Como ya se ha expresado, con datos que pueden tomarse de la bibliografía extranjera, no se logran soluciones prâcticas, ya que la importancia que se asigna en un país, Inglaterra por ejemplo, difiere en parte con las normas sustentadas en Estados Unidos de Norte América. Es decir, que las apreciaciones finales se modifican de un país a otro. Esto, precisamente, refuerza el concepto de que la distribución de las bacterias de este grupo tan heterogéneo varía con las características geográficas que involucran el clima, la altitud, la calidad y conformación del terreno, normas alimenticias y otros factores que tienen la propiedad de imprimir modificaciones a tal punto que los resultados no sean comparables. Por lo tanto, es evidente, que en la República Argentina se deba investigar sobre este tópico, para aclarar muchas dudas actuales y establecer las proporciones aproximadas, que no existen, y que tan útiles son para el técnico consciente.

Si podemos contribuir a estudiar este capítulo como se ha hecho y sigue haciendo en otros países, donde sus técnicos, al par que han enriquecido la bacteriología fecal, han puesto a disposición de los microbiólogos sanitarios un valioso caudal de información práctica, habremos logrado nuestro intento de colaborar en la iniciación de las bases para interpretar con la mayor garantía los componentes del grupo *coli-aerógenes*, en base a su distribución en las fuentes de origen.

GRUPO COLI-AEROGENES

Antes de encarar la descripción de las especies tipo del *Género Escherichia* (Migula) Castellani y Chalmers y del *Género Aerobacter* Beijerinck, daremos una idea de conjunto acerca del grupo *coli-aerógenes*. Para ello es necesario hacer una breve historia de los tra-

bajos que han conducido al estado actual de nuestros conocimientos, los cuales, infortunadamente, no bastan aún para aclarar todos los aspectos de este heterogéneo grupo de bacterias.

Ya Escherich (2) en 1884, al estudiar el *B. coli*, había notado la presencia de una bacteria muy similar al organismo por él descubierto, pero que difería en varios aspectos, sobre todo en su morfología. Presentaba diferencias en el tamaño de los bastones, en la movilidad y en la velocidad y forma en que coagulaba la leche. Estos datos diferenciales tan precarios, permitieron suponer, sin embargo, la posibilidad de que al lado del *B. coli*, existiese una bacteria muy similar. A esta bacteria Escherich la llamó *B. lactis aerógenes*.

La existencia de un grupo heterogéneo fué establecida por Kruse (3), quien llamó la atención sobre el hecho de que al lado del *B. coli* existían variedades cuyo « habitat » era el intestino del hombre y animales, como así también el agua y el suelo. A este conjunto lo llamó « grupo coli ».

El punto de vista sostenido por Kruse y confirmado plenamente más tarde, dió origen a una serie de investigaciones tendientes a evidenciar rapidamente estas diferencias en organismos tan similares, y es desde entonces que comienzan a utilizarse con éxito las pruebas de fermentación. Pocos años antes, Chantemesse y Widal (4) habían estudiado la acción del *B. coli* frente a distintos azúcares, y observado que muchos de ellos eran fermentados. Notaron además, que algunas especies utilizaban determinados azúcares y otras en cambio no lo hacían. Entre los que fermentaban rápidamente citaron la sacarosa, glucosa y dulcita. Por otra parte y como propiedad de gran valor diferencial, comprobaron que el *B. coli* fermentaba activamente la lactosa mientras que el *B. typhosum* no la atacaba.

Con el advenimiento del tubo de fermentación (T. Smith (5), Durham (6)), se efectúan una serie de valiosas investigaciones en lo que se refiere a la acción de las bacterias del « grupo coli » frente a los azúcares; Smith sugiere la fermentación de la sacarosa para subdividir el grupo en dos sub-grupos.

Durham (6) establece para la variedad que produce ácido y gas en sacarosa, el nombre de *B. coli communius* y observa que la fermentación del almidón puede permitir la diferenciación con *B. lactis aerógenes*.

La utilización de las pruebas de fermentación de glucosa, lactosa, sacarosa, almidón, inulina, formación de indol y acción sobre la

leche adicionada de tornasol (Refik [7]), Grimbert y Legros [8]), Jordan [9])), motiva la primera clasificación de este grupo, en tres subgrupos, uno de los cuales se caracteriza por fermentar los polisacáridos y no formar indol (*B. lactis aerógenes*); a esta subdivisión pertenecen probablemente varias especies distintas. Los otros dos subgrupos, en cambio, no atacan almidón e inulina pero forman indol en agua peptonada, diferenciándose entre sí por el comportamiento frente a la sacarosa. Uno de ellos, el *B. coli* de Escherich (*B. coli commune*) no ataca sacarosa, mientras el otro (*B. coli communius*) la fermenta (Durham [6]).

Todas estas divisiones que comenzaron a vislumbrarse, fueron cobrando paulatino impulso sobre todo en lo que se refiere a las pruebas fermentativas y por otra parte confirmando el concepto de Kruse.

En 1905, Mac Conkey [10]) anuncia una nueva clasificación también basada en las propiedades fermentativas y divide a los fermentadores de lactosa en cuatro grupos de acuerdo a su comportamiento frente a la sacarosa y dulcita.

Clasificación de Mac Conkey

Grupo	Sacarosa	Dulcita	Especies tipo
1	—	—	*B. acidi lactici*
2	—	+	*B. coli* (*commune*)
3	+	+	*B. neapolitanum*
4	+	—	*B.* (*lactis*) *aerógenes*

En el año 1909 modifica esta clasificación [10]) y agrega otras determinaciones, distinguiendo variedades que se diferencian por su comportamiento frente a la reacción de Voges y Proskauer [25]), movilidad, producción de indol, acción sobre la gelatina, fermentación de inulina, adonita e inosita. Señala de esta manera la existencia probable de 128 diferentes cepas o 32 variedades por cada una de sus cuatro subdivisiones.

Bergy y Deeham [11]) emplean, en una forma parecida a la que utilizó Mac Conkey, fermentación de dulcita, sacarosa, inulina, adonita, licuación de gelatina, producción de indol, movilidad y reacción de Voges y Proskauer. Como corolario de sus experiencias admiten la probable existencia de 256 variedades, en base a las posibles combinaciones.

La clasificación de Mac Conkey-Kligler está basada en el distinto comportamiento frente a la sacarosa, dulcita y salicina.

Clasificación de Mac Conkey-Kligler

Variedad	Sacarosa	Dulcita	Salicina
B. acidi lactici	—	—	—
B. coli communis	—	+	+
B. neapolitanus	+	+	+
B. lactis aerógenes	+	—	+

Jackson (12), basado en la primitiva clasificación de Mac Conkey, pero dando preferencia a la división en dulcita y sacarosa, somete cada uno de los cuatro grupos frente a la rafinosa y la manita designando cuatro variedades (*A*, *B*, *C* y *D*). La subsiguiente diferenciación la efectúa en base a la movilidad, indol, licuación de gelatina y fermentación de otros hidratos de carbono dando de esta manera subvariedades que indica por sufijos numéricos (A_1, A_2, etc.).

Castellani y Chalmers (13) consideran los miembros del « grupo coli » distribuídos en tres tribus y tres géneros, considerando especialmente la reacción del indol y la acción frente a distintos azúcares.

El comentario que Levine (14) hace de esta clasificación es que se le da un carácter prominente a la reacción del indol y a la fermentación de dulcita, adonita y maltosa, reacciones éstas que para algunos autores americanos no son tan fundamentales. Otra objeción formulada a las clasificaciones de Mac Conkey, Bergy y Deeham y Jackson es que pecan por elásticas y complejas debido a que el número de reacciones de fermentación y demás caracteres utilizados es excesivo, lo que hace que el número de variedades posibles aumenten en progresión geométrica alcanzando cifras realmente extraordinarias. Por otra parte, dice Levine, es arbitraria la manera de seleccionar el orden de las reacciones empleadas para efectuar la división.

De la misma manera, alcanza la opinión de Levine a la clasificación de Winslow, Kligler y Rothberg (15) quienes utilizan para clasificar, los distintos comportamientos frente a los siguientes azúcares: sacarosa, salicina, dulcita y adonita. Además movilidad.

Las clasificaciones precedentes, desde el punto de vista del interés sistemático, alcanzaron en su época a llenar su cometido. No es nuestra tarea discutir ahora si esta forma de clasificar a las bacterias de un grupo tan complejo es la adecuada, pero para las necesidades de

la microbiología sanitaria que exige caracterizaciones rápidas, seguras y sobre todo relacionadas con el « habitat » o residencia natural de las bacterias, resulta tarea bastante complicada hacerlo en base a clasificaciones que involucran un largo número de pruebas de idetificación.

CLASIFICACIÓN DE WINSLOW-KLIGLER Y ROTHBERG

Variedades	Sacarosa	Salicina	Dulcita	Adonita	Movilidad
B. neapolitanus	+	+	+	—	+
B. coli communis	+	—	+	—	+
B. coli	—	+	+	—	+
B. inmovile	—	+	—	—	—
B. acidi lactici	—	—	—	+	—
B. grünlali	—	—	—	+	+

Hay que tener en cuenta que el microbiólogo sanitario no puede, por razones de tiempo, efectuar clasificaciones completas para lograr la caracterización de una bacteria y su probable significado. Por esta razón es que las clasificaciones basadas en las acciones fermentativas frente a distintos azúcares ha caído en desuso.

Levine ([16]) sugirió otra clasificación como consecuencia de un estudio que efectuó sobre 333 cepas aisladas del suelo, materias fecales de hombre, caballo, vaca, etc. Propone las reacciones del rojo de metilo, Voges-Proskauer, indol, movilidad y licuación de gelatina, fermentación de sacarosa, rafinosa, dulcita, glicerina, salicina, dextrina, inulina, lactosa, maltosa, galactosa y manita. El grupo incluye bacterias Gram negativas, no esporuladas, de forma bacilar corta, fermentando glucosa y lactosa con producción de ácido y gas y con mejor desarrollo en aerobiosis.

CLASIFICACIÓN DE LEVINE

SECCIÓN COLI

AA) No producen acetil-metil-carbinol (VP-); rojo de metilo positivos con producción de CO_2 e H_2 en proporciones aproximadamente iguales a expensas de medios glucosados. No utilizan el ácido úrico como fuente nitrogenada.

1) No fermenta sacarosa.
   a) Fermenta salicina (ácido y gas) . . . . . 1 *B. coli.*
   b) No fermenta salicina . . . . . 2 *B. acidi lactici.*
2) Fermentación sacarosa (ácido y gas).
   a) Móvil . . . . . 3 *B. communior.*
   b) Inmóvil
      1) Fermenta salicina . . . . . 4 *B. neapolitanum.*
      2) No fermenta salicina . . . . . 5 *B. coscoroba.*

Sección aerógenes

BB) Producen acetil-metil-carbinol (VP +); rojo de metilo negativos; capaces de utilizar el ácido úrico como única fuente de nitrógeno.
1) Fermenta glicerol y almidón (ácido y gas) inmóvil, no licúa la gelatina . . . . . 6 *B. aerógenes.*
2) No fermenta glicerol; móvil; licúa la gelatina . . . 7 *B. cloacae.*

Simultáneamente con la aparición de las primeras clasificaciones de las bacterias del « grupo coli » se mencionó una correlación que más tarde tuvo amplia confirmación y cuyas ventajas fueron beneficiosas tanto teórica como prácticamente. En efecto, Winslow y Walker ([17]) encontraron que el *B. aerógenes*, al que ya se le había suprimido el término *lactis*, era poco frecuente en el intestino, pero esto estaba sumamente extendido en el suelo e hierbas; contrariamente *B. coli commune* y *B. coli communius* fueron siempre predominantes en el intestino. Como se comprendera fácilmente esto trajo aparejada la posibilidad, aparte de las razones puramente teóricas, la de buscar su aplicación práctica, para intentar diferenciar las bacterias de origen intestinal, de otras muy similares, pero originarias de fuentes no contaminadas.

Aparte de las reacciones de fermentación, tan en boga, comenzó a encararse el aspecto práctico del problema y al mismo tiempo a enriquecerse los conocimientos generales del grupo.

Nuevamente para tratar este aspecto de la cuestión es necesario remontarse hacia atrás varios años y volver a las experiencias de Smith y la utilización del tubo de fermentación que lleva su nombre. Smith demostró en sus experiencias, que el *B. aerógenes* a expensas de la glucosa producía gas en cantidad mayor y más rápidamente que el *B. coli*. Russel y Bassett ([19]) primero y luego Rogers, Clark y Davis ([20]), analizando el gas desprendido en el tubo de fermentación demostraron que los volúmenes de CO_2 e H_2 que por presencia del *B. coli* se habían formado, eran aproximadamente iguales. En cambio para el *B. aerógenes* la cantidad de CO_2 era mayor al punto de duplicar casi la cantidad del H_2 presente.

Petruscky ([21]) trató de determinar por valoración volumétrica el grado de acidez que producían las distintas variedades de *B. coli*.

Partiendo de bacterias aisladas de heces, tierra, leche, etc., Harden ([22]); Harden y Walpole ([23]) efectuaron trabajos similares a los anteriores y pudieron demostrar que los organismos del grupo *coli-aerógenes* pueden dividirse en dos sub-grupos perfectamente diferentes. El primero *B. coli*, que fermenta glucosa con producción de

una relación gaseosa $\frac{CO_2}{H^2} = 1$ (parásitos del intestino); el segundo *B. aerógenes* que produce en iguales condiciones una relación gaseosa que se aproxima a 2 (comunes en suelos y plantas).

Clark y Lubs ([24], [26], [27], [28], [29]), utilizando indicadores de pH, llegaron a comprobaciones más serias, puesto que determinaron con precisión las modificaciones que sufre el medio con respecto a la concentración de hidrogeniones. Trabajaron con el indicador rojo de metilo, cuya zona de viraje es pH 4,4 a 6,0 y crearon la *reacción del rojo de metilo* agregando una solución hidroalcohólica del mencionado indicador a cultivos en agua peptona-glucosa-fosfato. Establecieron que esta sencilla reacción podía reemplazar el análisis del gas producido en el tubo de fermentación, ya que las bacterias que producían una relación gaseosa baja $\left(\frac{CO_2}{H_2} = 1\right)$ eran siempre *rojo de metilo positivos*, mientras que los que dan una relación gaseosa alta, son *rojo de metilo negativos*.

Voges y Proskauer ([25]) describieron ciertos microorganismos que no eran *B. coli* que originaban, cuando se agregaban a sus cultivos en medios glucosados algunas gotas de solución concentrada de hidróxido de potasio, una coloración rosada fluorescente. Se comprobó más tarde que la citada reacción era debida a que el cultivo poseía acetil-metil-carbinol ($CH_3 — CH.OH — CO.CH_3$), producto de la fermentación de la glucosa por acción enzimática de la célula bacteriana, que oxidándose rapidamente en presencia del álcali pasa a diacetilo ($CH_3 — CO — CO — CH_3$), el que combinándose con un componente de la peptona, forma el derivado rosado-fluorescente (ver Técnica Usada).

Mac Conkey ([26]), en Inglaterra, aplicó como es sabido esta reacción a las bacterias del « grupo coli » y notó que el *B. aerógenes* reaccionaba positivamente, mientras que en muy pocos casos las bacterias que aisló de las materias fecales fueron Voges-Proskauer positivas.

Más tarde se puso de manifiesto la correlación Voges-Proskauer y rojo de metilo y estudios ulteriores llegaron a confirmar esta correlación: *cuando una bacteria del grupo es Voges-Proskauer negativa, es rojo de metilo positiva y viceversa.* (Levine ([30])). Estas primeras conclusiones, que los bacilos coliformes podían ser divididos primariamente en dos grupos en base a la relación gaseosa $CO_2 : H_2$, la reacción de Voges-Proskauer y la prueba del rojo de metilo, tuvieron confirmación luego de una serie de estudios experimentales. El primero

de estos grupos conteniendo bacterias Voges-Proskauer: positivas; rojo de metilo: negativas; y relación gaseosa cercana a 2 : 1, se hallaba extendido en plantas, granos y suelos, pero con poca frecuencia en el intestino. Este grupo fué dividido teniendo en cuenta la aptitud para licuar gelatina, obteniéndose la forma que licúa (*B. cloacae*) y la que no lo hace (*B. aerógenes*). En el segundo grupo se incluyeron cepas Voges-Proskauer: negativas; rojo de metilo: positivas; y que dan una relación gaseosa $CO^2 : H^2$ aproximadamente 1 : 1. La mayoría de estas cepas fueron aisladas del intestino del hombre o de los animales y representadas en su mayoría por *B. coli commune* y *B. coli communius*. Más tarde el grupo, sobre todo a raíz de los trabajos de Keyes [31]; Rogers [32, 33, 34] y colaboradores; Chen y Rettger [35]; Barsdley [1, 36]; Johnson [37]; Hulton [38]; Levine [30, 39]; Burton y Rettger [40]; Winslow y colab [41], y Pawan [42], fué nuevamente dividido con la inclusión de algunas pruebas comunes de fermentación. Con las pruebas ya citadas se dividió el conjunto en « *grupo coli* » y « *grupo aerógenes-cloacae* ».

Como consecuencia de los trabajos de Brown [43] y Koser [44, 45, 46, 47] que sumaron, a las pruebas precedentes, otra de carácter diferencial entre *B. coli* y *B. aerógenes*, basados en la incapacidad del *B. coli* para utilizar como única fuente de carbono el ácido cítrico, propiedad que el *B. aerógenes* posee multiplicándose sin dificultad a partir de esta sustancia. Se reveló la presencia de un tercer grupo de bacterias poseedoras de propiedades intermedias entre el *B. coli* y *B. aerógenes* (Grupo Intermediario). Koser llamó la atención sobre la influencia que esta reacción tenía para una posible sub-división del « grupo coli » en tres variedades:

Cuadro de Koser

Variedad	Tipos	Voges Proskauer	Rojo de metilo	Citrato
B. coli	1	—	+	—
B. aerógenes	2	+	—	+
B. intermediario . . .	3	—	+	+

La práctica demostró que *la prueba de Koser era altamente positiva en las bacterias aisladas del suelo, mientras que en las bacterias aisladas a partir de materias fecales mostraba ser en su inmensa mayoría negativa*. Estas observaciones tuvieron rápida incorporación para

beneficiar la interpretación en los resultados de los exámenes cualitativos ya que las reacciones de Voges-Proskauer y rojo de metilo por sí solas, ante componentes del grupo no tenían fuerza suficiente para hacer pensar en una contaminación, dado que bacterias rojo de metilo positivas se podían obtener a partir de aguas contaminadas o puras.

La aplicación de la prueba de Koser, conjuntamente con las de Voges-Proskauer y rojo de metilo, fué una conquista para llegar a resultados más firmes y éstas se utilizaron sobre todo en los exámenes de las aguas en los países tropicales, donde luego de la utilización de la reacción de Voges-Proskauer y del rojo de metilo había desacuerdo entre los resultados de los exámenes bacteriológicos y el reconocimiento sanitario de las fuentes de provisión. (Aguas donde las posibilidades de contaminación eran remotas contenían bacterias rojo de metilo positivas en cantidad tan elevada que obligaban a rechazarlas).

Hicks, en Shanghai, confirma las observaciones anteriores y sugiere la reacción del *indol*, que agregada al Voges-Proskauer, rojo de metilo y Koser cooperaría para dar resultados más exactos. Esta reacción se basa en la propiedad que tiene el *B. coli* de formar indol a expensas de triptofano.

Houston ([48]) encontró que el 88 % de las bacterias fermentadoras de lactosa aisladas del intestino, producían indol y que el uso de esta prueba conjuntamente con la fermentación del caldo lactosado de Mac Conkey, constituía un procedimiento rápido para determinar la presencia de organismos coliformes de origen intestinal.

Más tarde se ha comprobado que la prueba del indol es de alto valor, cuando se la usa al mismo tiempo que el Voges-Proskauer, rojo de metilo y Koser, pero que no debe ser considerada como típica del *B. coli*.

Chen y Rettger ([35]), y Pawan ([42]), demostraron que el *B. aerógenes* es capaz de producir indol y Levine, Epstein y Vaughn ([49]) sobre 123 cepas estudiadas de *B. aerógenes*, encontraron que el 60 % daba indol.

Wilson ([50]), trabajando con organismos que aisló de leche, encontró que el 12 % de los *B. aerógenes* producían indol; encontró además un 10 % de bacterias productoras de indol y que eran Voges-Proskauer negativas, rojo de metilo positivas y Koser positivas (*Intermediarios* productores de indol).

En Gran Bretaña y Estados Unidos de Norte América la reacción del indol se ha utilizado para la ulterior clasificación de los compo-

nentes del grupo *coli-aerógenes; su inclusión indica que el número de componentes se duplica* dando las variedades indólicas y anindólicas de *B. coli*, *B. aerógenes* y *B. intermediario.*

Es necesario mencionar aquí (ver en mayor detalle la incubación a 44° C) la prueba señalada por Eijkman ([51], [52]), el que demostró que el *B. coli* es capaz de desarrollar a 46° C en medios glucosados produciendo apreciable cantidad de ácido y gas, mientras el *B. aerógenes* es incapaz de hacerlo.

Luego de todas las consideraciones precedentes, parece no haber duda, en la actualidad, acerca de la existencia de una división primaria del grupo de los fermentadores de lactosa, sobre las bases del Voges-Proskauer, rojo de metilo y citrato. Bajo esta forma de clasificación se tiene *grupo coli*, *intermedio* y *aerógenes*. La ulterior división es lógicamente más compleja y basada en la prueba del indol, la incubación a 44° C o Eijkman modificado y licuación de gelatina; estas pruebas aportan una mayor garantía en lo que a agrupación se refiere, pero es innegable que desde el punto de vista sistemático es ineludible tener que recurrir a las pruebas de fermentación.

Por lo tanto, abandonando el estricto sentido sistemático que implica una larga serie de operaciones para evidenciar las características de una determinada bacteria del grupo *coli*, se utilizaron las reacciones de Voges-Proskauer, rojo de metilo, Koser e indol simultáneamente en los análisis rutinarios de aguas y leches para clasificar los organismos del grupo.

El número considerable de experiencias con las citadas reacciones, pone en manos de los técnicos una clasificación más conveniente.

El Ministerio de Salud Británico, aconseja en su « Memorándum » la siguiente clasificación, que es la que se ha adoptado en este trabajo:

Clasificación del Ministerio de Salud Británico

Formas	Indol	Rojo de metilo	Voges Proskauer	Koser	Gelatina
B. coli tipo 1	+	+	—	—	—
B. coli tipo 2	—	+	—	—	—
B. intermediario tipo 1 .	—	+	—	+	—
B. intermediario tipo 2 .	+	+	—	+	—
B. aerógenes tipo 1 . . .	—	—	+	+	—
B. aerógenes tipo 2 . . .	+	—	+	+	—
B. cloacae.	±	—	+	+	+

Los métodos « Standard » de los Estados Unidos de Norte América, preconizan una clasificación basada en la utilización de las mismas reacciones pero limitándose a las *correlaciones indol-citrato* y *rojo de metilo-citrato*; salta a la vista que no es tan precisa como la clasificación del Ministerio de Salud Británico.

CLASIFICACIÓN NORTEAMERICANA. (Grupo *coli-aerógenes*)

Combinación de reacciones	Posible interpretación cuando se aisla por Mét. Standard		Fuente ordinaria
Indol-RM-VP-Koser	Usual	Ocasional	Coli-aeróg.-solo
+ + + —	*E. coli* (*B. coli*)		Domina en heces. 50 % aguas cloacales.
— + — —	(*B. coli*)	Extraños al grupo.	Poco en heces.
+ + — +	Mezcla	Intermediario considerado a veces *B. coli* atípico.	Poco en tierra, raro en heces.
— + — +	Intermediario	Mezc. o aeróg. de reacción lenta.	Suelo, poco en cloacales y heces.
+ + + +	Mezcla	Atípicas.	Suelo, cloacales.
+ — — +	Mezcla		
+ — + +	Mezcla	*Cloacae.*	Suelo, poco en cloacales y heces.
— + + +	*B. aerógenes*	Mezcla.	Suelo, vegetales.
— — + +	*B. aerógenes*		50 % de los del grupo en aguas cloacales.
— — — +	Formas extrañ.	Aerógenes.	Poco en heces.

ESCHERICHIA COLI. — (Migula) Castellani y Chalmers

Escherichia coli; *Bacterium coli commune*, Escherich [2]; *Bacillus escherichii*, Trevisan [53]; *Bacillus coli communis*, Sternberg [54]; *Bacillus coli*, Migula; *Bacterium coli*, Lehmann y Neumann [55]; *Bacillus coli verus*, Durham [6]; *Aerobacter coli*, Beijerinck [56], etc., son nombres sinónimos que pertenecen a la bacteria aislada por Escherich de un lactante enfermo de cólera en el año 1885. Más tarde comprobó que se encuentra constantemente en el intestino humano sobre todo en el grueso.

Al lado de *E. coli* existen bacterias cuyas características culturales y morfológicas son muy parecidas, causas que pueden hacer incurrir en error, a tal punto que han sido consideradas idénticas con *E. coli*

(Migula) Castellani y Chalmers. Son bastante numerosas recordando entre éstas *E. cavicida* Castellani y Chalmers ([57]); *E. schafferi* Bergey y col. ([58]); *B. asiaticus* Castellani ([59]) o *Salmonella asiatica* Castellani y Chalmers ([57]); *Bact. valeriei* Weldin y Levine ([60]); *Bacillus coli inmovilis* Kruse ([3]); *B. schafferi* Mac Conkey ([10]); *B. entericus* Castellani y Chalmers ([56]); *Bact. coli var. inmovili* Winslow y col. ([15]); *Eberthella enterica* Bergey y col. ([58]); *Bact. coli anindolicum* Lemke ([61]); *Bacillus communior var. coscoroba* Winslow, Kligler y Rothberg ([15]); *B. gruenthali* Morgan ([62]); *E. pseudocoloides* Castellani y Chalmers; *E. brasiliensis* Mello ([63]). Entre éstas Oesterle ([64]) describe una variante que produce pigmento amarillento *Bac. coli flavum*; también Tittsler ([65]) menciona otra variante productora de pigmento anaranjado y la relaciona estrechamente como variante de *E. coli*.

Morfología

E. coli cuando se aisla del organismo animal se presenta como un pequeño bastoncito cuyas dimensiones oscilan entre 1-3 micrones de largo por 0,5-0,7 micrones de ancho.

En los cultivos su aspecto es más variable; en general, a partir de cultivos en agar nutritivo de 24 horas de incubación a 37° C afecta la forma de bastón corto o cocobacilar. En cultivos más viejos pueden aparecer formas de involución, formas filamentosas y bacterias que muestran zonas más teñidas que otras especialmente cerca de los polos.

Los cultivos en caldo de 24 horas de incubación a 37° C originan bacilos un poco alargados y menos anchos que los que presentan los que provienen del agar nutritivo en idénticas condiciones. Los extremos en ambos casos son redondeados.

Movilidad: La mayoría son móviles, pero a veces se encuentran variedades que carecen de movimiento.

Cilias: Con procedimientos convenientes se pueden poner en evidencia las cilias de *E. coli*; casi constantemente son perítricas, no son tan largas como las del *Proteus vulgaris* ni tan numerosas como las del *B. typhosum*.

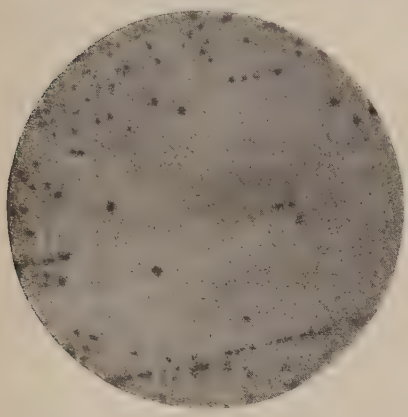
Esporos: No se observan esporos.

Cápsulas: A partir del organismo animal, como de medios apropiados (agar-suero; agar-ascitis) no se observan cápsulas.

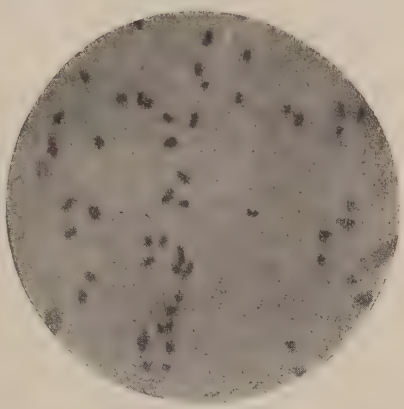
Coloración simple: Se colorea fácilmente por los colorantes usuales derivados de la anilina.

Coloración de Gram: No toma el Gram.

Acido-resistencia: (Zielh-Neelsen). No es ácido-resistente.



Aspecto de las colonias de *E. Coli* en agar-eosina-azul de metileno (24h-37° C).



E. Coli, coloración del Gram. (agar 24h-37° C).

Aspecto de los cultivos

Caldo nutritivo: Incubado a 37° C, se obtiene ya aparente desarrollo a las 12 horas; a las 24 horas el medio está uniformemente turbio y por agitación se provoca la aparición de ondas irisadas. No se forma película. A veces olor fecaloide. A medida que el cultivo envejece, sufre cierto aclaramiento en la zona superficial y se nota un sedimento grisáceo que se eleva por agitación siguiendo una línea espiral.

Agua peptonada: Como en caldo nutritivo. Olor fecaloide.

Leche tornasolada: Rápida formación de ácido (18 horas a 37° C) con desprendimiento de gases, generalmente ya a las 24 horas de incubación a 37° C se observa coagulación; el coágulo puede romperse o no; la peptonización del coágulo no se observa generalmente.

Agar inclinado: Cultivo relativamente abundante, poco característico; a las 24 horas de incubación a 37° C; la línea de la estría es blanquecina, brillante, a veces ligeramente amarillenta; el centro más opalescente que los bordes, éstos claros y ligeramente ondulados.

Colonias en agar: Generalmente blanquecinas, raras veces amarillentas y menos aún pigmentadas de pardo o rojo. A borde neto a veces ligeramente ondulado, de aspecto homogéneo. Generalmente a tipo liso; colonias distintas de éstas pueden apreciarse.

Gelatina punción: El medio no se licúa; aspecto en clavo, color blanco grisáceo. En la superficie del medio se observa un disco blanquecino que a veces alcanza las paredes del tubo. Las colonias que se desarrollan en profundidad son pequeñas y opacas.

Colonias en gelatina: Las colonias superficiales son opacas redondeadas y de superficie brillante y lisa en la gran mayoría. El color es gris amarillento.

Papa: La zona de desarrollo es ligeramente saliente, de color pardo amarillento, desarrollo abundante de aspecto brillante y liso.

Medios diferenciales

Medios lactosados: A las 12-24 horas de incubación a 37° C, o antes se observa desarrollo de gas en caldo lactosado carbonatado.

Agar lactosado (punción): Iguales características que el anterior La formación de gas produce la desintegración del medio.

Agua peptonada lactosada: Desprendimiento abundante de gas.

Otros medios azucarados: Los medios con glucosa, levulosa, galactosa y maltosa, reaccionan de la misma manera frente al *E. coli* que los medios que poseen lactosa.

Agar lactosado al rojo neutro (punción): Las bacterias del grupo *coli-aerógenes* viran el medio hacia el amarillo. Hay fluorescencia y desintegración.

Lauter y *Dominick*: Este medio posee lactosa y como indicadores la eritrosina, púrpura de bromo-cresol y azul de metileno. El medio posee una coloración azul. El desarrollo de *E. coli* decolora el azul de metileno, apareciendo el color amarillo (ácido) del púrpura de bromo-cresol.

Caldo lactosa-cristal violeta: El medio es de un color violado; por efecto del desarrollo de *E. coli*, se decolora.

Caldo lactosa-fucsina: Tiene como indicador la fucsina básica; el medio tiene una coloración rosada; el *E. coli* al desarrollarse hace virar el color hacia el rojo.

Caldo Mac Conkey: En este medio, que posee taurocolato de sodio y como indicador el rojo neutro, el *E. coli* al desarrollar produce viraje hacia el rojo y desprendimiento abundante de gas a expensas de la lactosa.

Agar eosina-azul de metileno: Colonias de 1-2 milímetros de diámetro, de color azul intenso con reflejos metálicos. En general con ligero halo.

Agar Mac Conkey: Las bacterias del grupo desarrollan formando colonias que se aprecian perfectamente a las 24 horas de incubación a 37° C. Se presentan de color rojizo, con halo transparente. Las que no pertenecen a los fermentadores de lactosa, permanecen incoloras.

Agar Endo: *E. coli* desarrolla con producción de colonias rojas. El medio tiene ciertas exigencias por lo que es más aconsejable utilizar los anteriores.

Agar Drigalsky-Conradi: En este medio el *E. coli* forma colonias rojo-violadas.

Cabacterísticas biologicas

Vitalidad: El *E. coli* es una bacteria resistente; forma parte de la flora normal del suelo y agua. Su resistencia al calor es muy parecida a la que posee el *B. de Eberth*, sin embargo en los cultivos se muestra mucho más vigoroso que éste. La termorresistencia de *E. coli* es variable; el punto térmico de muerte generalmente aceptado es que puede destruirse por una exposición a 60° C durante 30 minutos, pero parece que no hay duda acerca de la existencia de cepas que pueden resistir esta temperatura y hasta la de 63° C el mismo tiempo.

Acción sobre los hidratos de carbono: *E. coli* fermenta con producción de ácido y gas la mayor parte de los hidratos de carbono a saber: glucosa, levulosa, galactosa, lactosa, maltosa, arabinosa, xilosa, ramnosa y manita. Ataca con resultados variables sacarosa, rafinosa, salicina, esculina, dulcita y glicerina. La adonita e inulina son raramente fermentadas. No fermenta almidón, glicógeno, dextrina e inosita; tampoco fermenta cellobiosa y alfa-metilglucósido. Algunas cepas pierden temporariamente la capacidad de fermentar lactosa, sin embargo este hecho es sumamente raro.

En anaerobiosis y en medios conteniendo glicerina no produce trimetileneglicol.

Relaciones con el oxígeno: Se desarrolla mucho mejor en aerobiosis. El cultivo también tiene lugar en condiciones anaeróbicas.

Condiciones de desarrollo: La temperatura óptima está comprendida entre 30° C y 37° C; sin embargo a 37° C los cultivos son mucho más vigorosos. Puede desarrollar entre 10° C y 46° C; a esta última temperatura es capaz de producir ácido y gas.

Formación de indol: En condiciones apropiadas, generalmente produce indol a las 24 horas de incubación a 37° C. Esta reacción no debe considerarse específica.

Reducción de nitratos: Los nitratos son reducidos a nitritos entre las 24 y 48 horas de incubación a 37° C.

Producción de hemolisinas: La producción de hemolisinas difiere con las diferentes características de las cepas; algunas son hemolíticas cuando se desarrollan en agar-sangre, mientras otras no lo hacen.

Rojo de metilo: Produce una reacción positiva (reducción del pH a valores inferiores a 6,0).

Acetil-metil-carbinol: No forma acetil-metil-carbinol (reacción de Voges-Proskauer y equivalentes, negativas).

Prueba de Koser: No desarrolla en el medio sintético de Koser, cuya única fuente de carbono es el ácido cítrico.

Acido úrico: No utiliza ácido úrico como única fuente de nitrógeno.

Catalasas: Produce catalasas.

Producción de H_2S: La producción de H_2S es muy escasa; con medios apropiados y reactivos de investigación muy sensibles es posible demostrar la producción de este ácido.

Relación gaseosa: Produce aproximadamente volúmenes iguales de CO_2 e H_2 (relación 1:1) cuando se lo siembra en un medio con glucosa.

Reacción con los sueros. Aglutinación: *E. coli*, en presencia de ciertos sueros, se aglutina. El suero normal humano o animal generalmente aglutinan ciertas cepas en dilución de 1/60, casi nunca más. El suero de los recién nacidos no presenta fenómenos de aglutinación.

Los sueros procedentes de organismos infectados pueden originar, aunque no siempre, cifras aglutinantes 1/500 y más.

Estructura antigénica: Los trabajos efectuados parecen demostrar que *E. coli* tiene una composición antigénica sumamente variable.

Acción patógena: *En el hombre*, provoca a veces septicemias de variada gravedad que tienen como punto de partida un foco infeccioso localizado, cuyo agente patógeno es *E. coli*. En general como consecuencia de metritis, afecciones de las vías urinarias, etc. Muchas veces se desconoce la puerta de entrada.

En el aparato digestivo se encuentra en el cólera nostras, diarrea de los lactantes, apendicitis, amigdalitis, etc. Cuando se localiza en las vías biliares puede producir angiocolitis, ictericia y tal vez litiasis biliar.

En las vías urinarias es posible aislarlo en ciertas pielonefritis y cistitis; en la vía genital: metritis y salphingitis.

Se encuentra en lesiones de pleuresía y bronconeumonia y en el aparato circulatorio puede dar origen o agravar pericarditis, endo-

carditis y flebitis. Interviene también en la patogenia de ciertas meningitis, osteítis, y lesiones relacionadas con el tejido celular (flemones).

En el período pre-agónico invade el torrente circulatorio.

En el animal, la acción patógena parece no ser tan amplia.

Acción patógena experimental: Los animales de experiencia reaccionan de una manera variable frente a *E. coli*. En general se admite que cuando *E. coli* es virulento en las condiciones naturales, es también virulento para los animales de laboratorio.

El animal de elección es el cobayo; la inoculación intraperitoneal o la intrapleural son las más graves.

Vía intraperitoneal: Algunas gotas de cultivo virulento provocan cuadros de peritonitis con hipotermia y muerte en menos de 24 horas. En la autopsia se presenta el peritoneo con exudados fibrino-purulentos, congestión visceral generalizada; el intestino conteniendo líquido diarreico; tumefacción de los órganos linfoides (Placas de Peyer), a veces equimosis intestinales y hemorragias uterinas. Septicemia.

Vía intrapleural: En condiciones similares se observa en la autopsia pleuresía de tipo fibrino-purulento; derrame pericárdico; congestión visceral; brazo hipertrofiado y septicemia.

Vía sub-cutánea: Por inoculación de 1 ml. de cultivo virulento se provoca la aparición de un absceso en el punto de inoculación; el animal muere en pocos días con las lesiones descritas, de congestión en órganos linfoides e intestino. Si el cultivo no es muy virulento se presenta en el punto de inoculación un foco local congestivo que luego se resuelve por la curación.

Ratón: Menos sensible que el cobayo. Idénticas lesiones.

Conejo: Este animal es menos sensible que el cobayo. Se producen las mismas lesiones. Utilizando la vía venosa se puede provocar una poliomielitis al cabo de unas semanas.

Residencia

Tanto *en el hombre* como *en el animal* se presenta como agente habitual de la flora normal del intestino en donde es la especie predominante. Se le encuentra en las partes inferiores de las vías biliares y pancreáticas; se encuentra también en la boca y sobre todo en las amígdalas.

En el cadáver: después de la muerte *E. coli* emigra de sus residencias habituales y se dirige hacia los órganos y tejidos. La invasión

es probablemente favorecida por la elevación de la temperatura exterior y la existencia de lesiones intestinales. Estas condiciones aceleran la invasión pero no son indispensables. Por lo tanto la comprobación de *E. coli* en el cadáver no tiene significación patógena.

En los *medios exteriores*: Se le encuentra con frecuencia en las aguas, casi constantemente en las leches y a menudo en los más diversos alimentos. Su presencia en el suelo es bastante común.

AEROBACTER AEROGENES. — (Kruse) Beijerinck.

Aerobacter aerógenes, llamado también *Bacterium lactis aerógenes* Escherich ([2]); *Bacterium lactis* Baginsky ([67]); *Bacillus lactantium* Trevisan ([53]); *Bacillus lactis aerógenes* Sternberg ([68]); etc. Fué primeramente señalado por Escherich, quien observó que difería en algunas características del *E. coli* que había aislado a partir de las materias fecales de un lactante.

El *Aerobacter aerógenes*, ha sido señalado como idéntico con el *B. oxytocus perniciosus* Flügge ([69]), denominado más tarde *Aerobacter oxytocum* por Bergey y colaboradores ([58]). También ha sido referido como idéntico con *Aerobacter hibernicum*, Grimes y Hennerty ([70]), y con *Aerobacter chinense*, Bergey y colaboradores ([58]).

Morfología: Se presenta como pequeños bastones o cocobacilos de 1-2,5 micrones de largo por 0,5-0,8 micrones de ancho.

Movilidad: La mayor parte de las veces se presenta dotado de movilidad; sin embargo pueden encontrarse cepas que carecen de movilidad.

Esporos: No presenta esporos.

Cápsulas: En condiciones favorables generalmente presenta cápsulas; algunas cepas no la poseen.

Coloración simple: Se colorea por los colorantes simples usuales, derivados de la anilina.

Coloración de Gram: No toma el Gram.

Acido-resistencia: No es ácido-resistente.

Caracteres culturales

Caldo nutritivo: Luego de 24 horas de incubación a 37° C el medio se presenta uniformemente turbio; a veces fina película en la superficie. Cultivos de más de 24 horas presentan apreciable sedimento en mayor cantidad que el *E. coli* en iguales condiciones.

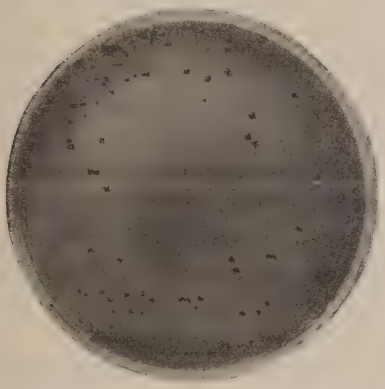
Agua peptonada: Aspecto similar al que presenta en caldo nutritivo.

Leche tornasolada: Coagula y acidifica; no se observa peptonización.

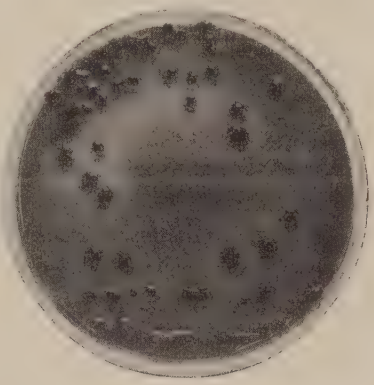
Agar inclinado: Desarrollo abundante luego de 24 horas de incubación a 37° C; muy parecido al desarrollo de *E. coli* en las mismas condiciones. Estría blanquecina, brillante, un poco opalescente en el centro y aclarando hacia los bordes.

Colonias en agar: En general presentan diferencias con las de *E. coli*, sobre todo por presentarse más vigorosas, convexas y presentando consistencia mucosa. El aspecto blanco o blanco grisáceo, superficie lisa y brillante y bordes netos, son poco característicos.

Colonias en agar-eosina azul de metileno: Características muy parecidas a las que se observan en agar nutritivo. A veces se presentan colonias umbilicadas.



A. aerógenes, desarrollo en placa de agar eosina-azul de metileno; 24 horas de incubación a 37° C.



A. aerógenes, desarrollo en placa de agar eosina-azul de metileno; 48 horas de incubación a 37° C.

Gelatina (punción): No licúa la gelatina. Esta propiedad lo diferencia de *A. cloacae*, que tiene acción licuante.

Colonias en gelatina: Aspecto blanquecino; bordes netos; superficie lisa. Colonias opacas. El medio no se licúa.

Papa: Desarrollo espeso de color blanco amarillento, a medida que pasa el tiempo toma color pardo. A veces se presentan zonas circulares que se alejan de la línea principal del desarrollo.

Propiedades biologicas

Vitalidad: La temperatura de 60° C mantenida durante 30 minutos es suficiente para destruirlo; sin embargo han sido señaladas cepas que resisten este proceso. Es bastante resistente en los medios exte-

riores formando parte de la flora del agua y suelo. Se encuentra también, pero en pequeña cantidad, en el intestino.

Acción sobre los Hidratos de Carbono: Forma ácido y gas a expensas de glucosa, lactosa, galactosa, arabinosa, maltosa, levulosa, salicina, almidón, esculina, celobiosa, manita, glicerina, sorbita e inosita. Fermenta generalmente alfa-metil-glucósido. Tiene acción variable sobre manita y sacarosa.

Por fermentación anaeróbica de la glicerina no produce trimetilenglicol.

Relaciones con el oxígeno: Desarrolla mejor en aerobiosis, sin embargo se obtiene desarrollo en anaerobiosis.

Condiciones de desarrollo: La tempe atura favorable es muy parecida a la que exige *E. coli*; a 30° C su desarrollo es más vigoroso que *E. coli*; se observa también que temperaturas inferiores a 30° C le son favorables comparativamente con *E. coli*. Por arriba de 42° C es en general incapaz de fermentar lactosa con producción de ácido y de gas; a pesar de esto ciertas cepas son capaces de hacerlo frente a la prueba de Eijkman modificada.

Formación de indol: La producción de indol es un carácter inestable, pudiendo evidenciarse en algunas cepas y en otras no.

Reducción de nitratos: En caldo con nitrato de potasio al 1 por mil, se puede comprobar entre 24-48 horas de incubación a 37° C, la presencia de nitritos.

Rojo de metilo: Origina una reacción negativa.

Acetil-metil-carbinol: Forma acetil-metil-carbinol (reacción de Voges-Proskauer y similares: positivas).

Prueba de Koser: Desarrolla en el medio de Koser, utilizando el ácido cítrico como única fuente de carbono.

Acido úrico: Utiliza el ácido úrico como única fuente de nitrógeno.

Catalasas: Produce catalasas.

Producción de H_2S: Muy escasa producción de H_2S; con procedimientos sensibles es posible demostrar la presencia de este ácido.

Relación gaseosa: Produce en medios glucosados 2 o más volúmenes de CO_2 y 1 volumen de H_2, siendo entonces la razón: 2:1.

Hipurato de sodio: Tiene, contrariamente a *A. cloacae*, acción hidrolizante sobre el hipurato de sodio.

Residencia

Es un habitante normal de granos y hierbas. Ha sido hallado en gran cantidad a partir del suelo, aguas y cloacales. Su presencia

en el intestino ha sido constatada casi siempre, pero en reducido número con respecto a *E. coli*. Se encuentra muy extendido en la naturaleza.

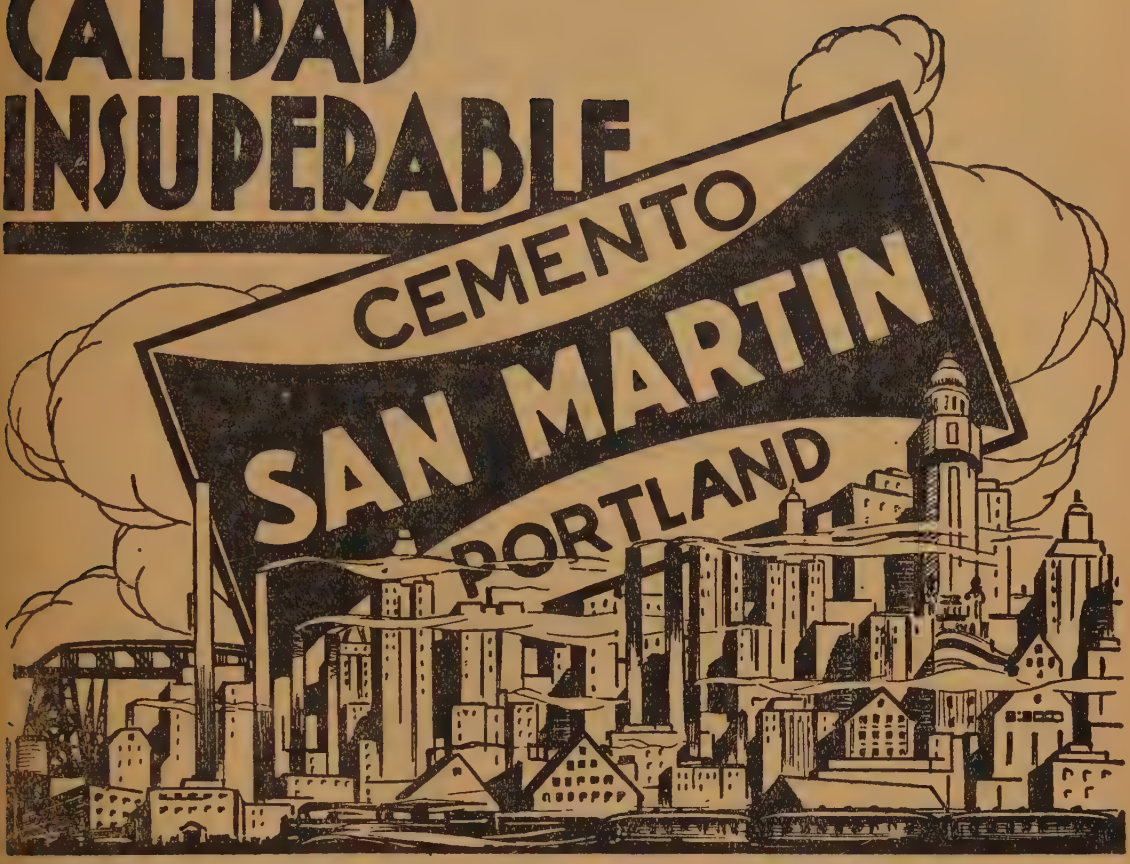
(Continuará)

BIBLIOGRAFIA

(1) Bardsley, D. A. — *J. Hyg.*, **34**, 38 (1934).
(2) Escherich, T. — *Fortschr. Med.*, **3**, 515, 547 (1885).
(3) Kruse, W. — *Z. Hyg. Infekt. Kr.*, **17**, 1 (1897).
(4) Chantemesse, A., y Widal, F. — *Arch. Phys. norm. path.*, **9**, 217 (1887). *Bull. Méd.* **5**, 935. (1891).
(5) Smith, T. — *Thirteen Ann. Rep. St. B. of Health of N. Y.*, 1892, 712.
(6) Durham, H. E. — *Brit. Med. J. i.*, 1387. (1898) ; *J. Exp. Med.*, **5**, 353 (1901).
(7) Refik, E. — *Ann. Inst. Past.*, **10**, 242 (1896).
(8) Grimbert, L., y Legros, G. — *C. R. Soc. Biol.*, **52**, 491 (1900).
(9) Jordan, E. O. — *Science*, **3**, 1 (1903).
(10) Mac Conkey, A. — *J. Hyg. Camb.*, **5**, 333 (1905). - Idem, **9**, 86 (1909).
(11) Bergy, D. H., y Deeham, S. J. — *J. Med. Research.*, **19**, 175 (1908).
(12) Jackson, D. D. — *J. Infect. Dis.*, **8**, 241 (1911).
(13) Castellani, A., y Chalmers, A. J. — *Ann. Inst. Past.*, **34**, 600 (1920).
(14) Levine, M. — *Iowa State Coll. Agr. Mechanic. Arts. Off. Pub.*, **20**, 31 (1921).
(15) Winslow, C. E.; Kligler, I. J., y Rothberg, W. — *J. Bact.*, **4**, 429 (1919).
(16) Levine, M. — *J. Bact.*, **3**, 253-276 (1918).
(17) Winslow, C. E. A., y Walker, L. T. — *Science New Ser.*, **26**, 797 (1907).
(18) Smith, T. — *Amer. J. Med. Sci.*, **110**, 283 (1895).
(19) Russell, H. L., y Bassett, V. H. — *Proc. Amer. Publ. Hlth. Ass.*, **25**, 570 (1899).
(20) Rogers, L. A.; Clark, W. M., y Davis, B. J. — *J. Infect. Dis.*, **14**, 411 (1914).
(21) Petruscky, J. — *Zbl. Bakt.*, **6**, 625-57 (1889). - Idem, **7**, 49 (1890).
(22) Harden, A. — *Proc. Roy. Soc.*, **77**, 424 (1901).
(23) Harden, A., y Walpole, G. S. — *Proc. Roy. Soc. (B)*, **77**, 399 (1906).
(24) Clark, W. M., y Lubs, H. A. — *J. Bact.*, **2**, 1 y 109 (1919).
(25) Voges y Proskauer. — *Ztschr. f. Hyg.*, **28**, 20 (1898).
(26) Mac Conkey, A. — *J. Hyg.*, **9**, 86 (1909).
(27) Clark, W. M., y Lubs, H. A. — *J. Infect. Dis.*, **17**, 160-173 (1915).
(28) Clark, W. M., y Lubs, H. A. — *J. Wash. Acad. Sci.*, **6**, 483 (1916).
(29) Clark, W. M., y Lubs, H. A. — *J. Biolog. Chem.*, **30**, 209-34 (1917).
(30) Levine, M. — *J. Bact.*, **1**, 87 (1916). - *J. Bact.*, **1**, 153 (1916).
(31) Keyes, F. G. — *J. Med. Res.*, **21**, 69 (1909).
(32) Rogers, L. A.; Clark, W. M., y Davis, B. J. — *J. Infect. Dis.*, **14**, 411 (1914).
(33) Rogers, L. A.; Clark, W. M., y Evans, A. C. — *J. Infec. Dis.*, **15**, 99 (1914).
(34) Rogers, L. A., y Clark, W. M. — *J. Infect. Dis.*, 17, 137 (1915).
(35) Chen; Chen Chong, y Rettger, L. F. — *J. Bact.*, **5**, 253-299 (1920).
(36) Bardsley, D. A. — *J. Hyg.*, **25**, 11 (1926).
(37) Johnson, B. R. — *J. Bact.*, **1**, 96 (1916).

(38) Hulton, F. — *J. Infect. Dis.*, **19**, 606 (1916).
(39) Levine, M. — *Amer. Jour. publ. Health.*, **7**, 784 (1917).
(40) Burton, L. V., y Retteger, L. F. — *J. Infect. Dis.*, **21**, 162 (1917).
(41) Winslow, C. E.; Kligler, L. J., y Rothberg, W. — *J. Bact.*, **4**, 429 (1919).
(42) Pawan, J. L. — *J. Trop. Med. Hyg.*, **34**, 229, 267, 288, 310, 317, 345, 360, 380, 391, 413 (1931).
(43) Brown, H. C. — *Lancet*, I, 22 (1921).
(44) Koser, S. A. — *J. Bact.*, **8**, 493 (1923).
(45) Koser, S. A. — *J. Bact.*, **9**, 59 (1924).
(46) Koser, S. A. — *J. Amer. Wat. Wks. Ass.*, **15**, 641 (1926).
(47) Koser, S. A. — *J. Bact.*, **11**, 409 (1926).
(48) Houston, A. C. — *Seventh. Rep.-Metrop. Wat. Board.* Londres (1911).
(49) Levine, M., Epstein, S. S., y Vaughn, R. H. — *Amer. J. Publ. Health*, **24**, 505 (1934).
(50) Wilson, G. S. — *The bact. grading of milk* (1935).
(51) Eijkman, C. — *Zbl. Bakt. Orig.*, **37**, 436, 742 (1904).
(52) Eijkman, C. — *Zbl. Bakt. II te Abt.*, **39**, 75 (1914).
(53) Trevisan. — *I. gen. e le spec. d. batt.*, 15 (1889).
(54) Sternberg. — *Mannual of Bact.*, p .439 (1893).
(55) Lehmann y Neumann. — *Bakt. Diag.* 1 *Aufl.*, **2**, 224.
(56) Beijerinck. — *Cent. f. Bakt. II Abt.*, **6**, 193 (1900).
(57) Castellani y Chalmers. — *Manual of Trop. Med.*, p. 942 (1919).
(58) Bergey. — *Manual*, 1st. Edit., p. 196 (1923).
(59) Castellani. — *Cent. f. Bakt. I Abt., Orig.*, **65**, 262 (1912).
(60) Weldin y Levine. — *Abst. Bact.*, **7**, 13 (1923).
(61) Lembke. — *Arch. f. Hyg.*, **26**, 299 (1896).
(62) Morgan. — *Brit. Med. Jour.*, **1**, 1257 (1905).
(63) Mello. — *Ass. Paulista de Medicina*, **11**, 73 (1937).
(64) Oesterle. — *Cent. f. Bakt. I Abt., Orig.*, **134**, 115 (1935).
(65) Tittsler. — *Jour. Bact.*, **33**, 450 (1937).
(66) Castellani y Chalmers. — *Manual of Trop. Med.*, 990 (1910).
(67) Baginsky. — *Ztschr. f. phys. Chem.*, **12**, 437 (1888).
(68) Sternberg. — *Manual of Bacteriology*, 447 (1893).
(69) Flugge. — *Die Mikroorganismen*, 268 (1886).
(70) Grimes y Hennerty. — *Sci. Proc. Royal Dublin Society* (*N. S.*), **20**, 92 (1931).

CALIDAD INSUPERABLE



DONDE es necesario hacer obra sólida segura y permanente, es allí donde se emplea Cemento "San Martín". Su calidad insuperable constituye una seguridad para el profesional y una garantía para el propietario. Millares de importantes construcciones confirman su prestigio de Cemento de alta calidad.

INDUSTRIA GRANDE
NACION PROSPERA

El cemento "San Martín", de Paraná (E. R.), tiene Aprobación Oficial Definitiva.

CALIDAD • SERVICIO • COOPERACION

CEMENTO SAN MARTIN PORTLAND
INDUSTRIA ARGENTINA

COMPAÑIA ARGENTINA DE CEMENTO PORTLAND
RECONQUISTA 46 - BUENOS AIRES • SARMIENTO 991 - ROSARIO

CEMENTO PORTLAND "INCOR"
INDUSTRIA ARGENTINA

C. E. 187

COMPAÑIA DE SEGUROS

La Comercial e Industrial de Avellaneda

SOCIEDAD ANONIMA

Incendio **Cristales**

Avda. Mitre 429 (piso 1º) - Avellaneda — **Unión Telefónica 22-7941**

EL COMERCIO

Compañía de Seguros a Prima Fija

MAIPU 53 - BUENOS AIRES - U. T. 34, DEFENSA 2181

Vida, Incendios, Automóviles, Marítimos, Cristales, Granizo, Riesgos Cinematográficos

Presidente: ERNESTO MIGNAQUY

DIRECTORES: Paul, E. Foucher, Carlos A. Mignacco, Andrés Iribarne, Sebastián Urquijo, Horacio F. Mignaquy, Gustavo C. Torres, Alfredo Rojas Sánchez, Pedro Etchegaray, José Gamba.

DIRECTORES SUPLENTES: Andrés Barón Supervielle, Juan José Colombo Berra, Pedro Alberto Lacau. — SINDICO: Antonio A. García Morales. — SINDICO SUPLENTE: Andrés Ronco. — GERENTE: E. P. Bordenave.

Pagos a asegurados hasta el 30/6/940.	$	41.786.450 m.l.
Capital y Reservas libres	$	6.770.692 m.l.
Reservas técnicas y matemáticas . . .	$	12.156.961 m.l.

COMPAÑIA DE SEGUROS DE VIDA

SUD AMERICA

CASA MATRIZ:

Diag. Pte. Roque Sáenz Peña 530

BUENOS AIRES

Seguros de Vida en vigor:

$ 298.221.683 m/l.

Capital y Reservas:

$ 53.647.060 m/l.

Pagados a Asegurados y Beneficiarios desde 1923:

$ 92.985.021 m/l.

HUGO STINNES LTDA.

SOCIEDAD ANONIMA COMERCIAL E INDUSTRIAL

25 de Mayo 145 H.St. Buenos Aires

U. T. 33 - 3944/49

SECCION TECNICA-INDUSTRIAL

Máquinas para la Construcción, Terminadoras de Caminos.
Excavadoras Universales - Trituradoras - Tractores.
Motores Diesel - Grupos Electrógenos - Bombas y Compresores.
Máquinas de Herramientas de Alta Precisión.
Maquinaria e Instalaciones Industriales en General.
Equipos y Estaciones Radiodifusoras "Lorenz"

SECCION HIERROS

Hierro Redondo, en Perfiles y Planchuelas.
Chapas - Alambres y Aceros en General.

CRISTALERIA

Magnin y Bolognini

M. y B. M. R.

Envases de Vidrio

Escritorio:
Caseros 3121
U. T. 61-0212

Fabrica:
Tabaré 1630
U. T. 61-3800

CEMENTO PORTLAND
MARCA REGIST.
LOMA NEGRA
APROBADO
INDUSTRIA ARGENTINA

• Cemento Portland "LOMA NEGRA"
• Cemento Blanco "ACONCAGUA"
• Cal Hidratada Molida "CACIQUE"
AGREGADOS GRANITICOS

INDUSTRIA GRANDE
NACION PROSPERA

LOMA NEGRA S. A.
MORENO 970 • BUENOS AIRES

MOSAICOS Y RECONSTITUIDOS

MANUEL F. MARENGO & CIA.

MAURE 1729 - 59 U. T. 73, PAMPA 1209

La Inmobiliaria

COMPAÑIA ARGENTINA DE SEGUROS GENERALES

Establecida en 1893

✦

VIDA — INCENDIO — GRANIZO — CRISTALES
ACCIDENTES DEL TRABAJO E INDIVIDUALES
MARITIMOS — FLUVIALES — AUTOMOVILES

✦

SAN MARTIN 235 **Buenos Aires**

Banquero: Banco de Italia y Rio de la Plata

VENTANAS
Y
MUEBLES
DE
ACERO

KLÖCKNER

SOC. ANON. INDUSTRIAL ARGENTINA

BELGRANO 923/31 BUENOS AIRES

LEOPOLDO SOL & CIA.

Sociedad de Responsabilidad Ltda.

RECONQUISTA 558

INSTRUMENTOS Y ACCESORIOS PARA LABORATORIO

Aparatos para medición y control de temperatura, caudal, presión, humedad y tiraje.

Indicadores y Registradores de pH., conductividad, CO_2, etc. para el Laboratorio y la Industria.

Material para Laboratorios de Investigación y Enseñanza. Drogas para laboratorio.

Maquinaria para Contratistas - Obras Públicas - Industrias - Minería.

TM

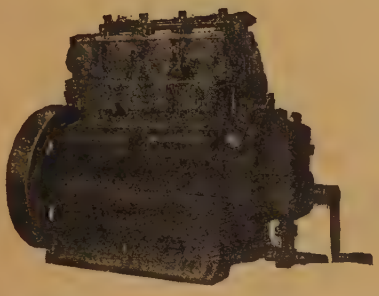
Alambres y rurales	Construcciones industriales
Artefactos sanitarios	Construcciones metálicas
Bulonería y afines	Chapas lisas y canaleta
Calefacción	Galpones y tinglados
Caños y accesorios	Hierros en general
Clavería y afines	Mecánica especial
Cocinas y cacerolas	Fundición
Columnas de alumbrado	Tambores

TAMET

CHACABUCO · 132 · · BUENOS AIRES

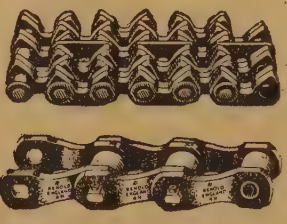
EXCAVADORAS "MARION"

Palas de Empuje - Baldes de Arrastre - Balde de Canjilones - Retro-Excavadoras - Gruas - Etc.
Accionadas a Nafta, Electricidad, Diesel, Diesel-Eléctricas, etc.
Desde 3/4 de Yarda Cúbica.



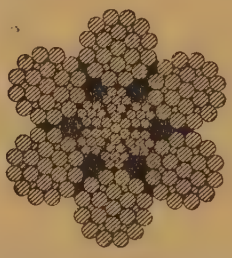
MOTORES DIESEL "NATIONAL"

Especiales para Hormigoneras, Mezcladoras, Bombas, Locomotoras.
Grupos Electrógenos de 3 1/2 HP a 1500 HP



CADENA "RENOLD"

Especiales para Máquinas Excavadoras y Transmisiones en General.



CABLES "WRIGHTS"

Cables de Acero Especiales para Excavadoras, Gruas, etc.

FERODO
MARCA REGISTRADA

CINTAS PARA FRENOS - DISCOS PARA EMBRAGUES - SEGMENTOS PARA FRENOS - CINTA RADIAL PARA EMBRAGUES

UNICOS AGENTES

ANDERSON LEVANTI & CO., SOC. DE R. LTDA.

471 ALSINA 485 BUENOS AIRES

U. T. 33 (Avda.) 2044

"LA AGRICOLA"

COMPAÑIA DE SEGUROS GENERALES

ESTABLECIDA EL AÑO 1905

RECONQUISTA 440 - U. T. 32 - 3071 - BUENOS AIRES

COJINETES

SKF

PERU 545

BUENOS AIRES

H&H

HART & HEGEMAN

La más alta expresión de calidad y eficiencia en

LLAVES, TOMAS DE CORRIENTE Y TABLEROS PARA INSTALACIONES ELECTRICAS

HART & HEGEMAN garantiza todos sus materiales

Representantes exclusivos en el país:

E. LIX KLETT & Co. S. A.

Administración:
FLORIDA 229

Sucursal No. 1: Libertad 1088
» » 2: Río Bamba 220

Tucumán - Santa Fé - Rosario y Mar del Plata

ANGELERI, JACCUZZI & CIA.

Importadores

Artefactos para cuartos de baño, de lujo y economicos, en colores y blancos.

Unicos distribuidores de los caños de bronce marca ANACONDA y Revestimiento de vidrio en colores y blanco, marca EROS para cuartos de baño.

Proximamente atenderemos en nuestro propio local, calle CALLAO 332

CALLAO 98
Buenos Aires

Casa Central
Rosario de Santa Fé

"CATERPILLAR"

DIESEL

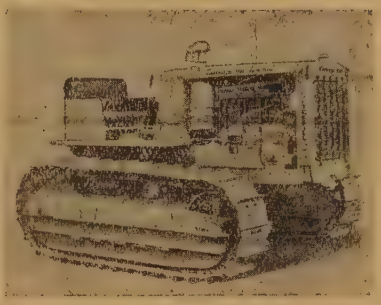
El Tractor ideal para todo trabajo

Unicos Importadores

BRANDER & Cía. S. A.

TACUARI 312-36 Teléfono 34-6091

BUENOS AIRES



FABRICA DE CALES - MATERIALES DE CONSTRUCCION

O. GUGLIELMONI

IMPORTADOR

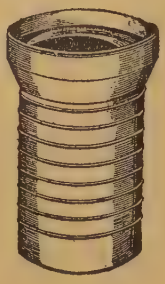
UNICO REPRESENTANTE EN BUENOS AIRES DE LA *Fábrica Cerámica "ALBERDI" S. A.*

Oficinas y Ventas:
Avda. DE MAYO 634
U. T. (34) 2792 y 2793

BUENOS AIRES

ARIENTI & MAISTERRA

EMPRESA CONSTRUCTORA



Caños de hormigón armado para desagües pluviales.

Caños corrugados de concreto simple, aprobados por Obras Sanitarias de la Nación para obras domiciliarias.

Absoluta Impermeabilidad.

MARCA REGISTRADA

SI SU PROVEEDOR NO LOS TIENE PIDALOS A SUS FABRICANTES

Av. VELEZ SARSFIELD 1851 - U. T. (21) 0075 - BUENOS AIRES

CASA CERESITA

BUENOS AIRES
AZOPARDO 920
U. T. 33-5303

ROSARIO
E. ZEBALLOS 1087
U. T. 21212

CORDOBA
ENTRE RIOS 446
U. T. 6415

CERESITA LTDA. CHILE
Santiago de Chile
HUERFANOS 751

CERESITA DEL URUGUAY
Montevideo
JAIME CIBILS 2725

ES UN PRODUCTO DE FAMA MUNDIAL

SOCIOS ACTIVOS

Abrines, Héctor Aníbal
Aguilar, Félix
Albizzati, Carlos M.
Alessi, Juan M.
Alvarez de Toledo, Belisario
Allende Lezama, Luciano P.
Anastasi, Camilo
Anchorena, Juan E.
Andró, Enrique de
Añón Suárez, Vicente
Aparicio, Francisco de
Aráoz Alfaro, Gregorio
Arce, Manuel J.
Armani, Aquiles
Arnaudo, Silvio J.
Avila Méndez, Delfín
Bado, Atilio A.
Bachmann, Ernesto
Baglietto, Eduardo E.
Balbiani, Atilio
Baliani, Luis M.
Bancalari, Agustín
Bandoni, Alfredo J.
Barabino Amadeo, S.
Bargna, Juan L.
Barilari, Mariano J.
Barral Souto, José
Barrancos, Leónidas A.
Becke, Alejandro von der
Berrino, Juan B.
Bertino, José Carlos
Besio Moreno, Nicolás
Bianchi Lischetti, A.
Biggeri, Carlos
Blanchard, Everard E.
Blaquier, Juan
Blasco, José
Boaglio, Santiago
Bolognini, Héctor
Bonanni, Cayetano A.
Bonello, Roberto
Bontempi, Luis
Bordas, Alejandro F.
Bordenave, Pablo E.
Borzi, Ana María
Bosch, Gonzalo
Bosisio, Anecto J.
Bottaro, Juan C.
Bozzini, Luis (h.)
Briano, Juan A.
Buich, Raúl
Bula, Clotilde A.
Bunge, Juan C.
Buontempo, Guillermo
Burkart, Arturo
Busso, Eduardo B.
Butty, Enrique
Buzzo, Alfredo
Caillet Bois, Teodoro
Canale, Humberto
Capelli, Pedro F.
Capurro, Roberto H.
Carabelli, Juan José
Carbone, Esteban
Carbonell, José J.
Cárcova, Enrique de la
Carelli, Antonio
Carelli, Humberto H.
Caride Massini, Pedro
Carman, Ernesto
Casacuberta, Antonio
Castellanos, Alberto
Castello, Manuel F.
Castiñeiras, Julio R.
Ceppi, Héctor
Cernuschi, Félix
Clos, Enrique C.
Cock, Guillermo E.
Coni Bazán, F. A.
Curti, Orlando P.
Curutchet, Luis
Chanourdie, Enrique
Chizzini Melo, Aníbal F.
D'Ascoli, Lucio
Damianovich, Horacio
Dassen, Claro C.
Dasso, Ricardo L.
De Cesare, Elías A.
De Fina, Armando L.
Dellepiane, Luis J.
Dennler, Jorge
Deulofeu, Venancio
Díaz, Emilio C.
Díaz, Emilio L.
Dieulefait, Carlos E.
Doello-Jurado, Martín
Dobranich, Jorge W.
Domínguez, Juan A.
Dubecq, Raúl E.
Dueñas, José
Duhau, Luis
Dupont, Enrique
Durañona y Vedia, A.
Durrieu, Mauricio
Escudero, Antonio
Escudero, Pedro
Faré, Santo S.
Fernández, Alberto J.
Fernández Díaz, A.
Fernández Long, S.
Figini, Angel
Figuerero, Hernando W.
Fischer, Gustavo Juan
Flores, Emilio M.
Florit Carlos J.
Fossa Mancini, E.
Franceschi, Alfredo
Fürnkorn, Divico A.
Gadda, Carlos Manuel
Galmarini, Alfredo G.
Gando, Alfredo R.
Gandolfi Herrero, Augusto
Gandolfo, José S.
Gascón, Alberto
Gaspar, Fernando L.
Géneau, Carlos E.
Gerardi, Donato
Ghigliazza, Sebastián
Giagnoni, Bartolomé E.
Giannone, José
Grieben, Arturo
Gutiérrez, Ricardo J.
Herbin, Luis A.
Hermitte, Enrique
Herrera Vegas, M.
Herzer, Bernardo
Hickethier, Carlos F.
Hofmann, Herbert
Houssay, Bernardo A.
Hoyo, Arturo
Igartúa, Luis María
Irigoyen, Luis H.
Isetta, José
Ivanissevich, Ludovico
Jorge, José M.
Jakob, Cristofredo
Kervor, Juan B.
King, Diarmid O.
Kinkelin Pelletán, Eugenio de
Kinkelin Pelletán, J. C. de
Knoche, Walter
Kraglievich, Nicolás T.
Krapf, Eduardo
Labarthe, Julio
Lagunas, Simón
La Menza, Francisco
Laporte, Luis B.
Larco, Esteban
Lasso, Alfredo L.
Latzina, Eduardo
Leguizamón Pondal, Martiniano
Ligniéres, Roberto
Lizer y Trelles, C. A.
Lombardi, Alberto
López Sommaschini, Antonio J.
Loyarte, Ramón G.
Lugones, Arturo M.
Llauró, José
Magnin, Jorge
Mainini, Carlos
Mallol, Emilio
Mamberto, Benito
Manera, Edmundo
Marcó del Pont, E.
Marchionatto, Juan B.
Martignone, Eduardo
Martini, Ardoino
Marotta, F. Pedro
Marotta, R. Armando
Méndez, Julio
Meoli, Gabriel
Meoli, Humberto
Mercau, Agustín
Meriggi, Juan C.
Mermoz, Francisco A.
Micheletti, José A.
Molfino, José F.
Molina Carranza, L.
Molle, Clotilde C.
Montes, Vicente E.
Moragues Bernat, Jaime
Moreno, Evaristo V.
Muratti Natalio
Nágera, Juan José
Natale, Alfredo
Natale, Ernesto
Negrete, Lucía
Negri, Mario L.
Nielsen, Juan
Ogloblin, Alejandro
Oliveri, Alfredo E.
Ortiz, Aníbal A.
Ortiz de Rosas, Jorge
Otamendi, Gustavo
Ottonello, Héctor
Ottonello, Néstor J.
Páez, José María
Page, Franklin Nelson
Paitoví, y Oliveras, A.
Paquet, Carlos
Parodi, Edmundo
Parodi, Lorenzo R.
Pastore, Franco
Paz Anchorena, José M.
Pérez Hernández, A.
Pérez Martínez, Aníbal
Perrone, Cayetano
Pestalardo, Agustín
Pini, Aldo S.
Pistarelli, Julio A.
Plá, Cortés
Platz, Hubert
Posadas, Carlos
Quinos, José Luis
Quinterno, Bruno F.
Quiroga, Pedro R.
Raimondi, Alejandro
Raffo, Bartolomé M.
Ramaccioni, Danilo
Ramallo, Carlos M.
Ratto, Héctor R.
Rebuelto, Antonio
Rebuelto, Emilio
Reece, William Asher
Repetto, Blas Angel
Repossini, José

Rissotto, Atilio A.
Ringuelet, Emilio J.
Robles, Angel A.
Rodríguez Aravena, S.
Rodríguez, Miguel
Roffo, Angel H.
Roffo, Juan
Roldán, Raimundo
Rokotnitz, Otto
Rossell Soler, Pedro
Ruata, Luis E.
Ruíz Moreno, Isidoro
Ruiz Moreno, Adrián
Rumi, Tomás J.
Sabaria, Enrique
Salomón, Hugo
Sampietro, Adolfo D.
Sánchez, José Ricardo
Sánchez, Gregorio L.
Sánchez Díaz, Abel
Sánchez Sorondo, M. G.
Sanromán, Iberio
Santángelo, Rodolfo
Sarhy, Juan F.
Sarrabayrouse, Eugenio
Savon, Marcos A.
Schnack, Benno J.
Schulz, Guillermo
Selva, Domingo
Selzer, Samuel
Sesma,, Angel
Sheahan, Juan F.
Silva, Leónidas L.
Simonoff, Miguel
Simons, Hellmut
Siri, Luis
Sobral, Arturo
Solari, Emilio F.
Solari, Miguel A.
Somonte, Eduardo
Sordelli, Alfredo
Soler, Frank L.
Spinetto, David J.
Spota, Víctor J.
Storni, Segundo R.
Taiana, Alberto F.
Taiana, Jorge
Tarragona, José
Tello, Eugenio
Torre Bertucci, Pedro
Torello, Pablo
Tossini, Luis
Trelles, Rogelio A.
Trucco, Sixto E.
Valeiras, Antonio
Valentini, Argentino
Valentinuzzi, Máximo
Vallebella, Colón B.
Vanossi, Reinaldo
Varela Gil, José
Vela Huergo, Julio
Veyga, Francisco de
Vidal, Eduardo
Vignati, Milciades A.
Vignaux, Juan C.
Vinardell, Alberto
Volpatti, Eduardo
Wainer, Jacobo
Wunenburger, Gastón
Wauters, Carlos
Wernicke, Raúl
White, Guillermo J.
Williams, Adolfo T.
Yepes, José
Zamboni, Agustín
Zappi, Enrique V.
Zavalla, Carlos M.
Zuloaga, Angel M.

SOCIOS ADHERENTES

Bazzanella, José
Cohar, Mischa
Devoto, Carlos Alberto
Elizondo, Francisco M.
Ferramola, Raúl
Folcini, Martín L. G.
García, Eduardo D.
Gorchs, Agustín C.
Laclau, Juan Pedro
Longo, Rafael E.
Mailhos, Luis E.
Milesi, Emilio Angel
Monteverde, José J.
Recoder, Roberto F.
Repetto, Cayetano
Reynal, Jorge E.
Roitman, César
Rusconi, Carlos
Sadosky, Manuel
Sosa Rojas, Victorio C.
Viticcioli, Fernando
Wechsler, Wolf

CASAS ADHERENTES

Angel Estrada y Cía.
Benvenuto y Cía.
Caminos y Construcciones Argentinas - CYCA
Compañía General de Construcciones
D'Elia, Antonio
Italo Argentino Puricelli
Latham Urtubey, Agustín O.
Lutz, Ferrando y Cía.
Hijos de Atilio Massone
Otto Hess, S. A.
Peña, Guillermo A.
Polledo Hnos. y Cía.
Rezzani y Esperne
Jacobo Peuser, S. A. Ltda.
T. Gr. "Tomás Palumbo"
Siemens-Bauunion
Wayss y Freytag

SOCIO VITALICIO

Huergo, Eduardo María

MIEMBROS PROTECTORES DE LA ORGANIZACION DIDACTICA DE BUENOS AIRES

Anchorena, Juan E.
Besio Moreno, Nicolás
Tornquist, E. y Cía. (Ltda.)

SECCION CORDOBA

COMISION DIRECTIVA

Presidente, Dr. Juan Olsacher; Vice-presidente, Dr. Miguel Fernández; Vice-presidente, Ing. Daniel A. García; Secretario de actas, Dr. Guillermo V. Stuckert; Secretario de correspondencia, Prof. Tulio Mácola; Tesorero, Sr. Bernardo Pilotto; Pro-tesorero, Dr. Carlos C. Hosseus; Vocales: Ing. Clodoveo Pascualini; Ing. Jorge E. Bobone; Ing. Luis Chechi; Ing. Ambrosio L. Taravella; Dr. Federico Padula; Dr. José Carlomagno; Dr. Meade L. Zimmer; Sr. Enrique Sparn.

SOCIOS ACTIVOS

Aguiar, Henoch D.
Brandan, Ramón A.
Broglia, Alberto A.
Camilloni, Carlos
Carlomagno, José
Chaudet, Enrique
Checchi, Luis
Deheza, Eduardo
Esteban, Fernando
Fernández, Miguel
Fontana, Lorenzo F.
Godoy, Salvador A.
Gordillo, Pedro N.
Hosseus, Carlos Curt
Larrauri, Agustín C.
Mácola, Berardo A.

Mácola, Tulio
Mirizzi, Pablo Luis
Ninci, Raúl T.
Olaf Lützow, Holm
Olsacher, Juan
Padula, Federico
Pasqualini, Clodoveo
Peláez J. Gambastiani de
Pilotto, Bernardo
Ponce Laforgue, Carlos
Rothlin, Edwin
Schmiedecke, Augusto
Sparn, Enrique
Stuckert, Guillermo V.
Taravella, Ambrosio L.
Trebino, Natalio
Urciolo, Victorio
Vercello, Carlos
Yadarola, Mauricio L.
Zimmer, Mesde L.

SECCION SANTA FE

COMISION DIRECTIVA

Presidente, Dr. José Piazza; Vice-presidente, Ingº Civil Francisco E. Urondo; Secretario de correspondencia, Ingº Quím. Rodolfo G. Christen; Secretario de actas, Ingº Quím. Carlos C. Christen; Tesorero, Ingº Quím. Guillermo Berráz; Vocal 1º, Ingº Civil José Babini; Vocal 2º, Prof. Rolando Hereñú; Vocales suplentes, Ingº Agrº Bruno Santini y Prof. Julio Salaber; Encargado de Publicaciones, Ingº Civil José Babini; Encargado de Canje, Ingº Quím. Rodolfo Rouzaut.

SOCIOS ACTIVOS

Anadón, Leónidas
Ariotti, Juan Carlos
Babini, José
Berraz, Guillermo
Bertuzzi, Francisco A.
Bossi, Celestino
Cerana, Miguel
Claus, Guillermo
Cohan, Marcos
Courault, Pablo
Crouzeilles, A. L. de
Cruellas, José
Christen, Carlos
Christen, Rodolfo G.
Fester, Gustavo A.
Gollán, Josué (h.)
Hereñú, Rolando
Hotschewer, Curto
Juliá, Toirá Antonio
Kleer, Gregorio
Lachaga, Dámaso A.
Lexow, Siegfried G.
Mai, Carlos
Mallea, Oscar S.
Mántaras, Fernando
Martino, Antonio E.
Méndez, Rafael O.
Montpellier, Luis Marcos
Mounier, Celestino
Muzzio, Enrique
Nicollier, Víctor S.
Nigro, Angel
Niklison, Carlos A.
Oliva, José
Peresutti, Luis
Piazza, José
Piñero, Rodolfo
Pozzo, Hiram J.
Puente, Nemesio C. de la
Ragonese, Arturo E.
Reinares, Sergio
Rouzaut, Rodolfo
Salaber, Julio
Salgado, José
Santini, Bruno L. P.
Schivazappa, Mario
Simonutti, Atilio A.
Tissembaum, Mariano
Urondo, Francisco E.
Vergara, Emilio A.
Virasoro, Enrique

SECCION MENDOZA

COMISION DIRECTIVA

Presidente, Dr. Eduardo Caretto; Vice-presidente, Ingº Cayetano C. Piccione; Secretario, Sr. Adrián Ruiz Leal; Tesorero, Sr. Manuel Tellechea; Bibliotecario, Prof. Aníbal Ruiz; Vocales: Dr. Juan B. Lara; Ingº Juan P. Toso; Ingº Angel Stura; Sr. Ranulfo Rosales; Dr. Juan P. Paganotto; Dr. Mario Bidone.

SOCIOS ACTIVOS

Anzorena, Jacinto
Ayala Castagnino, G.
Bacal, Benjamín
Basso, Germinal
Benegas, Raúl
Bidone, Mario
Borsani, Carlos Pablo
Burgoa, Pedro A.
Caretto, Eduardo
Greco, Francisco M.
Dodds, Leonel
Espinosa, Norberto A.
Galeano, Edgardo
Gomensoro, José N.
Guevara, José R.
Jofré, Alberto L.
Lara, Juan B.
Lugones, Manuel G.
Mayorga, Santiago C.
Navarro Correas, José A.
Paganotto, Juan P.
Piccione, Cayetano C.
Ponce, José Raúl
Pontis, Rafael E.
Rosales, Ranulfo S.
Ruiz Leal, Adrian
Sáez Medina, Miguel
San Martín, José Benito de
Serra, Luis Angel
Silvestre, Tomás
Stura, Angel C.
Tellechea, Manuel
Toso, Juan F.

SECCION LA PLATA

COMISION DIRECTIVA

Presidente, Dr. Carlos A. Sagastume; Secretaria, Dra. Juana Cortelezzi; Tesorero, Dr. Carlos T. Teobaldo; Vocales: Dr. Víctor M. Arroyo Basaldúa, Dr. José D. Méndez, Dr. Jorge Gascón. Dr. Alberto E. Sagastume Berra.

SOCIOS ACTIVOS

Alsina Fuertes, Fidel
Angli, Jerónimo
Arroyo Basaldúa, Víctor M.
Bauer, Conrado
Bonet, Luis A.
Brau, Eduardo F.
Canals Frau, Salvador
Coria, Pedro E.
Cortelezzi, Juana
Crespi Gherzi, Rodolfo A.
Christmann, Federico E
Daló, Héctor R.
Ferrari, Obdulio J. F.
Gascón, Jorge
Gershánik, Simón
Giovambattista, Humberto
Inda, Carmen
Landolfi, José María
Lizarán, Fernando
Lockart, Carlos E.
Loedel Palumbo, Enrique
Mac Donagh, Emiliano J.
Magliano, Hilario
Marmonti, Angel
Márquez, Aníbal R.
Massimino, Blas
Méndez, José D.
Nico, Raúl
Oliva, Virgilio
Paternosto, Pedro G.
Pera, Tomás Carlos
Platzceck, Ricardo P.
Romano Yalour, Juan G.
Sabato, Juan
Sáez, Francisco A.
Sagastume Berra, A. E.
Sagastume, Carlos A.
Scheggia, Eduardo R.
Teobaldo, Carlos
Trejo, César A.
Ucha Udabe, Manuel
Vucetich, Danilo C.
Wilkens, Alejandro

SOCIOS CORRESPONDIENTES

Aguilar y Santillán, R.	México
Alvarez, Antenor	Sgo. del Estero
Amaral, Afranio do	San Pablo (Br.)
Avendaño, Leónidas	Lima
Bachmann, Carlos J.	Lima
Bodenbender, Guillermo	Córdoba
Bolívar, Ignacio	Madrid
Bonarelli, Guido	Gubbio (It.)
Borel, Emile	París
Bragg, William Henry	Londres
Bruch, Carlos	Olivos (B. A.)
Cabrera, Blás	Madrid
Campos Porto, Pablo	Río de Janeiro
Carabajal, Melitón M.	Lima
Chester Bradley, J.	Ithaca, N. Y.
Darmois, Eugenio	Nancy (Fr.)
Darmois, Georges	París
Dávila, Rubén	Santiago (Ch.)
Escomel Edmundo	Lima
Fiebrig, Carlos	Munich (Al.)
Fontecilla Larraín, Arturo	Santiago (Ch.)
Fort, Michel	Lima
González del Riego, Felipe	Lima
Goodspeed, Thomas H.	Berkeley, Cali
Greve, Germán	Santiago (Ch.)
Guinier, Philibert	Nancy (Fr.)
Hadamard, Jacques	París
Hauman, Luciano	Bruselas
Hernández, Juvenal	Santiago (Ch.)
Hijar y Haro, Luis	México
Janet, Pierre	París
Jiménez de Asúa, Luis	Madrid
Keiper, Guillermo	Berlín
Langevin, Paul	París
Levi, Beppo	Rosario
Levi Civita, Tulio	Roma
Lobo, Bruno	Río de Janeiro
Mardones, Francisco	Santiago (Ch.)
Molina, Enrique	Concepc. (Ch.)
Monjaráz, Jesús E.	México
Montel, Paul	París
Moretti, Gaetano	Milán
Oliver Schneider, Carlos	Concepción (Ch.)
Pereira d'Andrade, Lencastre	Nova Goa (I. P.)
Perrin, Tomás G.	México
Perrine, Carlos D.	Córdoba
Pi y Suñer, Augusto	Barcelona
Porter, Carlos E.	Santiago (Ch.)
Reyes Cox, Eduardo	Santiago (Ch.)
Rowe, Leo S.	Washington
Tello, Julio C.	Lima
Terracini, Alejandro	Tucumán
Valle, Rafael H.	México
Vélez, Daniel M.	México
Villarán, Manuel V.	Lima
Vitoria, Eduardo	Barcelona
Volterra, Vito	Roma